



Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi

The Journal of International Social Research

Cilt: 9 Sayı: 45 Volume: 9 Issue: 45

Ağustos 2016 August 2016

www.sosyalarastirmalar.com Issn: 1307-9581

**BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA YÖNTEMİYLE BİR PORTFÖY OPTİMİZASYONU  
MODELİNİN GELİŞTİRİLMESİ: BİST 30 ENDEKSİNDE BİR UYGULAMA\***  
**DEVELOPING A PORTFOLIO OPTIMIZATION MODEL BY FUZZY LINEAR PROGRAMMING  
METHOD: AN APPLICATION ON THE ISTANBUL STOCK EXCHANGE-30 INDEX**

**Mehmet Levent ERDAŞ\*\*  
Yusuf DEMİR\*\*\***

**Öz**

Tasarruf sahiplerinin birikimlerini sermaye piyasalarında değerlemeye başlamaları ile birlikte, menkul kıymetlerden oluşan portföyler ve karar vericilerin amacını gerçekleştirmek için yaptığı girişimlerin tümü olan portföy oluşturma ve portföy yönetim süreci, özellikle finansal piyasaların gelişmesiyle gündeme gelen bir konu olmuştur. Portföy yönetiminin en önemli konularından biri risk ve getiri arasında ilişki kurmaktır. Portföy oluşturma süreci, büyük oranda bu iki bileşenin karşılaştırılmasını ve bu bileşenler arasında optimum bir değişimin belirlenmesini gerektirir. Ancak, finansal piyasaların iktisadi, sosyal ve politik olaylardan etkilenmesi bu piyasaların belirsiz bir yapıda olmasına sebep olmaktadır. Nitekim, portföy seçiminde etkili olan risk ve getiri unsurları geleceğe ilişkin verildiğinden belirsizlik öne çıkmaktadır. Dolayısıyla portföy optimizasyonu problemlerinde bu durumun göz önüne alınması gerekmektedir. Bu gibi belirsizliğin olduğu durumlarda, etkin bir yöntem olan bulanık mantık yaklaşımı tercih edilmelidir. Bu çalışmanın amacı finansal piyasalardaki belirsizlikler karşısında yatırım yapmayı planlayan tasarruf sahiplerine en doğru yatırım yapma konusunda yardımcı olmak ve bu doğrultuda bir portföy seçim modeli geliştirmek ve uygulamaları ile birlikte sunmaktır.

**Anahtar Kelimeler:** Portföy Yönetimi, Portföy Optimizasyonu, Bulanık Doğrusal Programlama, Sistemik Olmayan Risk, İşlem Hacmi.

**Abstract**

Once the savers have started to value their savings in the capital markets, the portfolios comprising the marketable securities as well as portfolio creation and management, which is the whole of the attempts made by the decision makers in order to realize their aims become an issue appearing on the agenda especially with the development of the financial markets. One of the most important elements of portfolio management is to establish a relation between the risk and return. Portfolio creation process requires, to a large extent, comparing these two components and determining an optimum change between them. Indeed, since the risk and return elements which are effective in the selection of portfolios are provided in a future-related manner, the fact of uncertainty comes to the fore. Thus, this should be taken into consideration while determining the optimum portfolio problem. For the cases in which such kind of uncertainty prevails, one addresses a very effective approach, that is fuzzy logic. The aim of this study is to help the savers, who plan to make investments in face of the uncertainties in the financial markets, to make their investments in the most correct way and accordingly to develop a portfolio selection model as well as to present it with its practices

**Keywords:** Portfolio Management, Portfolio Optimization, Fuzzy Linear Programming, Nonsystematic Risk, Trading Volume.

**1. GİRİŞ**

Günümüzde ekonomide yaşanan yapısal gelişmelere bağlı olarak sermaye piyasalarında da hızlı bir değişim yaşanmaktadır. Sermaye piyasalarının işlerlik kazanmasıyla tasarrufların sermaye piyasalarına yönlendirilmesi ile birlikte, portföy ve portföy yönetimi ile ilgili konular önem kazanmaya başlamıştır (Ceylan ve Korkmaz, 1998: 1). Bu gelişmelere bağlı olarak yatırımcılar çeşitli yatırım araçlarına yönelerek, birikimlerini bu piyasalarda değerlendirmeye başlamışlardır. Genel olarak bu yatırım araçlarından oluşan gruba portföy denilmektedir. Portföy çeşitli menkul kıymetlerden oluşmakla birlikte, kendine öz, ölçülebilir nitelikleri olan bir varlıktır. Dolayısıyla, portföy, içerisinde yer alan menkul kıymetlerin basit bir toplamı değildir (Apak ve Demirel, 2013: 299). Portföy oluşturulmasındaki amaç basit olarak, çeşitli menkul kıymetlere yatırım yaparak riskin dağıtılmasıdır. Yani rasyonel davranışlar içinde olan yatırımcılar, belirli bir risk düzeyinde maksimum getiriye ya da belirli bir getiri düzeyinde minimum riske sahip etkin portföyleri tercih etmek istemektedirler (Demirel, 2013: 57). Riski en aza indirmek veya getiriye maksimum yapmak için yatırımcılar, tek bir hisse senedine yatırım yapmak yerine birden fazla hisse senedinden oluşan portföye yatırım yapması gerekmektedir. Bireyin riske katlanma düzeyine göre menkul kıymet çeşitliliği de değişim göstermektedir. Yatırımcıya en yüksek faydayı sağlayacak portföy seçimi, çok kriterli ve karmaşık

\* Bu çalışma Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı Doktora Öğrencisi Mehmet Levent ERDAŞ tarafından Prof. Dr. Yusuf DEMİR tarafından danışmanlığında tamamlanan ve SDÜ Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından 4282-D1-15 nolu proje ile desteklenen "Bulanık Doğrusal Programlama Yöntemiyle Bir Portföy Optimizasyonu Modelinin Geliştirilmesi: BİST-30 Endeksinde Bir Uygulama" başlıklı doktora tezinden üretilmiştir.

\*\* Öğr. Gör. Dr. Mehmet Levent ERDAŞ, Süleyman Demirel Üniversitesi, Eğirdir Meslek Yüksekokulu, Muhasebe ve Vergi Uygulamaları Programı, leventerdas@sdu.edu.tr

\*\*\* Prof. Dr. Yusuf DEMİR, Süleyman Demirel Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, yusufdemir@sdu.edu.tr

bir karar problemi olmasından dolayı üzerinde birçok araştırma yapılan ve finans alanında çok tartışılan bir konu haline gelmiştir. Bunun sonucu olarak optimal portföy oluşturulması üzerine birçok portföy yönetimi yaklaşımı ortaya atılmıştır.

Portföy seçim problemine getirilen ilk yaklaşım geleneksel portföy yaklaşımıdır. Geleneksel yaklaşımın temelinde karar vericinin belirli bir risk ve getiri düzeyinde fayda tercihlerini maksimum yapacak bir portföyü seçeceği düşüncesi yatmaktadır (Bekçioğlu, 1984: 10). Geleneksel portföy yaklaşımı, tüm yumurtaların aynı sepete konulmaması ilkesinden hareketle portföy içindeki menkul kıymet sayısının arttırılması ile riskin dağıtılabileceğini savunmakta ve beklenen getirisi yüksek menkul kıymetlerin seçilmesi ile de portföy getirisinin arttırılacağını ileri sürmektedir (Kaya ve Kocadağlı, 2012: 20). Geleneksel portföy yönetimi, 1950'li yıllara kadar, hem teoride hem de uygulamada yaygın bir biçimde kullanılmıştır. Ancak, bu portföy yönetimi, menkul kıymet getirileri arasındaki ilişkiyi dikkate almaması, aşırı çeşitlendirme yoluna gitmesi ve bilimsel dayanaklarının olmaması nedeniyle bu yaklaşım birçok araştırmacı tarafından çok fazla eleştiri alarak terk edilmeye başlamıştır (Ceylan ve Korkmaz, 1998: 139). Geleneksel portföy yönetiminin terk edilmesinden sonra modern portföy yönetimi ortaya atılmıştır. Modern portföy teorisinin kurucusu olan Harry Markowitz, 1952 yılında "Portföy Seçimi" adlı makalesini yayınlamıştır. Markowitz yatırımcının beklenen getiri ve risk düzeyleri ile ilgili çalışmasında, ortalama varyans risk fonksiyonu ile yatırımcıların oluşturduğu portföyde yer alan menkul kıymetlerin, belirli bir risk düzeyinde maksimum getiriyi veya belirli bir getiri seviyesinde minimum risk düzeyinin nasıl elde edileceği hakkında bilgi vermiştir (Birgili ve Tuna, 2010: 3). Markowitz, portföy içerisindeki menkul kıymetlerin arttırılmasıyla riskin azaltılamayacağını, menkul değerler arasındaki ilişkinin de göz önünde bulundurulması gerektiğini ve hedeflenen getiri düzeyinde portföy riskinin minimizasyonu olarak ileri sürerek kuadratik programlama modelini geliştirmiştir (Ceylan ve Korkmaz, 1998: 143). Markowitz geliştirdiği ortalama varyans modeli yaklaşımı modern portföy teorisinin de temellerini oluşturmaktadır. Ancak, Markowitz tarafından geliştirilen ortalama-varyans modeli, teorik anlamda ününe rağmen büyük ölçekli portföyleri oluşturmada yaygın olarak kullanılmamaktadır (Bekçi vd., 2002: 91). Bunun en önemli nedeni, büyük ölçekli kuadratik programlama problemlerinde çok sayıda kovaryans matrisinin kullanılması sonucunda oluşan hesaplama zorluklarıdır. Ayrıca, ortalama varyans modelinin kuadratik programlama yöntemine dayanması ve çözüm için çok sayıda kovaryans matrisini hesaplamak zorunda kalınması ve 1950'li yıllarda bilgisayar teknolojisinin yeterince gelişmemiş olması, araştırmacıları farklı yaklaşımlara yöneltmiştir (Cihangir vd., 2008: 127).

Çeşitli araştırmacılar da ortalama-varyans modelini temel alarak, portföy seçim modelini geliştirilmeye çalışmışlardır. Tobin (1958), Sharpe (1964) ve Lintner (1965) karar vericinin riskli menkul kıymetlerinden oluşan portföyün yüzdesine karar vermesini, işlem maliyetleri, vergiler, açığa satış işlemi borç verme, ödünç alma gibi tercih kısıtlarını modele ilave etmişlerdir. Brennan (1971), Levy (1983) ve Schnabel (1984) gibi araştırmacılar da benzer alanlarda çalışma yapmışlardır (Atan vd., 2010: 23).

Bu çalışmalardan birisi de amaç fonksiyonunu minimize eden ortalama-varyans risk ölçüsü yerine ortalama mutlak sapma risk ölçüsünü kullanan Konno ve Yamazaki modelidir. Konno ve Yamazaki (1991) tarafından stokastik problemlere alternatif olması bakımından ortalamadan mutlak sapmayı minimize etmeyi amaçlayan deterministik  $L_1$  risk modelini geliştirilmiştir (Kocadağlı ve Cinemre, 2010: 360). Böylelikle, portföy oluşturma konusu kuadratik programdan doğrusal programlama haline dönüşmüştür (Simaan, 1997: 1437). Daha sonraları ise ortalama mutlak sapma modeli Feinstein ve Thapa (1993) ve Ching-Ter Chang (2005) tarafından  $L_1$  risk fonksiyonu yeniden modelleyerek kısıt sayısını yarıya düşürmüşlerdir.

Portföy optimizasyonunda, belirli girdi ve kısıtlar veri iken yatırımcının beklentilerinin optimum bir şekilde karşılayacak portföy setinin bulunmasına yönelik matematiksel bir problem için çeşitli deterministik matematiksel modeller kullanılabilir. Ancak, sosyal, ekonomik ve politik olaylardaki belirsizlikler, finansal piyasaları olumlu veya olumsuz etkilemektedir. Belirsizliğin hakim olduğu bu gibi durumlarda, deterministik matematiksel modeller işlevsiz ve yetersiz kalabilmektedir. Bu durumlarda ise bulanık mantığa dayalı programlama yaklaşımlarının tercih edilmesi etkili olmaktadır.

Bu çalışmada, Ching-Ter Chang'ın portföy optimizasyonu için ileri sürdüğü matematiksel programlama modeli temel alınarak, bu modelin beklenen getirisi ve riski Verdagay ve Werners'in geliştirdiği bulanık doğrusal programlama çözüm yaklaşımları kullanılarak bulanıklaştırılmıştır. Bulanık mantık ilkelerine uygun olarak, optimal portföy oluşturmada göz önüne alınan kısıtlayıcılar ve amaç fonksiyonu sözel değişkenler ile ifade edilmiş ve belirsizlik ortamı hakim olduğundan tolerans yaklaşımıyla hareket edilmiştir. Bu amaçla, doğrusal programlamaya dayalı Ching-Ter Chang portföy seçim modeli ile kurulan portföyü bulanık karar verme yöntemiyle modelleyerek, hisse senetlerinin düzeltilmiş getiriye göre aylık artım oranları kullanılarak, optimal getiri ve riski sağlayan hisse senetlerinin yatırım payları belirlenmiştir. Uygulamada, BİST-30 endeksinde Ocak 2012-Aralık 2014 dönemleri arasında sürekli işlem gören 30 hisse senedinin düzeltilmiş getirileri kullanılarak bir bulanık doğrusal programlama modeli

önerilmiştir. Önerilen modele sistematik olmayan riski azaltabilen endüstri kollarına dağılım ve yatırımcı kararlarını doğrudan etkileyen işlem hacmi tercih kısıtları eklenmiş ve yeni bir model yatırımcılara önerilmiştir. Çalışmanın son aşamasında ise önerilen model, bir doğrusal ve tam sayılı modelleme programı olan LINDO paket programı kullanılarak çözülmüştür.

## 2. LİTERATÜR TARAMASI

R. E. Bellman ve L. A. Zadeh'in 1970 yılında yayınladıkları "Bulanık Bir Çerçeve de Karar Verme" makaleleri ile bulanık mantık yaklaşımı alanında ilk çalışmalar yapılmıştır. (Delgado vd., 1989: 22). Bu makalenin yayınlamasından itibaren çeşitli araştırmacılar tarafından bulanık ortamda karar vermeyi doğrusal programlama problemlerinde de uygulanmaya başlanmıştır (Zimmermann, 1991: 248). Dolayısıyla, bulanık doğrusal programlama ile ilgili çok sayıda uygulamalı çalışma yapılmıştır. Bu uygulamaların başında da portföy seçim modeli yer almıştır. Nitekim, bulanık portföy seçimi ile ilgili çok sayıda uygulamalı çalışmalar mevcuttur. Bulanık mantık yaklaşımı ele alınarak portföy optimizasyonu konusunda yapılan çalışmalar aşağıda yer almaktadır.

Ramaswamy (1998), optimal portföy oluşturmak için çalışmasında bulanık karar teorisini ele almış ve bir uygulama yapmıştır.

Östermark (1996), bulanık temel ilkesini ele alarak, amaç fonksiyonunu ve kısıtları bulanık mantık kapsamında değerlendirerek bir dinamik portföy modeli ortaya koymuştur.

Iniguchi ve Ramik (1998), stokastik ve matematiksel programlama modellerini kullanarak optimal portföy setleri elde etmeye çalışmış ve optimal portföy oluşturma problemlerinde matematiksel programlama yaklaşımlarının avantaj ve dezavantajlarını açıklamaya çalışmışlardır.

Parra ve diğerleri (2001), hedef programlama tekniğini bulanık mantık çerçevesinde ele alarak doğrusal olmayan bir model ortaya koymuşlardır. Çalışmalarında getiri, risk ve likidite değişkenlerini bulanıklaştırarak bir model önermişlerdir.

Watada (2001), bulanık mantık ve bulanık karar kuramını kullanarak optimal bir portföy oluşturmaya çalışmış ve bir portföy seçim modeli önermiştir.

Bekçi ve diğerleri (2001), optimal portföy oluşturmak amacıyla İstanbul Menkul Kıymetler Borsası 100 indeksinde kayıtlı 30 ay boyunca işlem gören 63 hisse senedine ait verileri incelemiştir. Çalışmalarında yalnızca portföyün beklenen getirisini bulanık kabul ederek bulanık doğrusal programlama modeli oluşturularak klasik doğrusal programlama modeli ile karşılaştırmışlardır. Çalışma sonucunda, riske kayıtsız kalmayan karar vericilerin bulanık mantık kuramını dikkate almalarının kendileri açısından daha uygun olabileceğini ileri sürmüşlerdir.

Ammar ve Khalifa (2003), bulanık portföy optimizasyonunu formüle etmek için konveks kuadratik programlama yaklaşımı kullanmıştır ve problem çözümleri için kabul edilebilir bir model önermişlerdir.

Tiryaki ve Ahlatcioğlu (2004), portföy optimizasyonunda bulanık mantık kuramını ele almışlardır. Çalışmalarında Chen metodunda bir takım değişiklikler yaparak yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemi uygulanabilirliğini araştırmak amacıyla İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında bir uygulama yapmışlardır.

Fang ve diğerleri (2005), bulanık karar teorisini ve bulanık sayıları dikkate alarak işlem maliyetleri yardımı ile portföyü yeniden dengeleme çalışması gerçekleştirmişlerdir. Önerilen modelin uygulanabilirliğini test etmek amacıyla Şangay Menkul Kıymetler Borsasında gerçek verileri kullanarak bir uygulama yapmışlardır. Çalışmalarında yatırımcıların tatmin düzeylerine göre doğrusal olmayan bir S şeklinde üyelik fonksiyonu ile portföyü yeniden dengelenebileceğini söylemişlerdir.

Güngör ve diğerleri (2005), getiri ve risk oranını, riski değiştiren unsurların yapısını, endüstrilere yapılacak yatırım tutarını ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsası 30, 50 ve 100 indekslerine yapılacak yatırım paylarını bulanık mantık kapsamında ele alarak bir doğrusal hedef programlama modeli önermişlerdir.

Atan ve Duman (2005), 1991 yılında Konno ve Yamazaki tarafından ortaya konulan ortalama mutlak sapma modelini ele almışlardır. Çalışmalarında İMKB 100'de kayıtlı hisse senetlerinden klasik doğrusal ve bulanık doğrusal programlama yöntemlerini kullanarak optimal portföy oluşturmaya çalışmışlardır.

Kocadağlı (2006), bulanık doğrusal programlama yaklaşımını kullanarak İMKB'de kayıtlı hisse senetleri üzerinde portföy oluşturmuştur.

Huang (2007), bulanık portföy seçiminde etkili olan risk için yeni bir kavram ileri sürmüştür. Yine aynı yıl başka bir çalışmada, portföy optimizasyonu için ortalama yarı-varyans yöntemlerini kullanmıştır.

Aslantaş (2008), çoklu karar verme teknikleri aracılığıyla klasik ve bulanık teknikleri ele alarak bulanık mantığa dayalı bir portföy oluşturmuştur. Çalışmasında bulanık çoklu karar verme tekniklerindeki parametrelerin sayısı yükseldikçe hata yapma olasılığının yükseldiğini ortaya atmıştır. Çalışmasında 20 hisse senedinin altındaki portföylerin daha iyi bir performans gösterdiğini göstermiştir.

Ertuğrul ve Pelitli (2008), sermaye piyasalarında belirsizliklerin hakim olduğu durumlarda klasik doğrusal programlama tekniği ile yapılan araştırmaların yetersiz kaldığını, belirsiz ve kesin olmayan bilginin

bulanık mantık yaklaşımı ile modellenmesi gerektiğini ve bu durumda doğrusal programlama problemlerinde etkin sonuçlar verebileceğini söylemiştir. Çalışmasında portföy oluştururken Konno-Yamazaki'nin geliştirdiği ortalama mutlak sapma yöntemini ele almışlar ve bu verileri bulanık doğrusal çözüm yaklaşım teknikleri olan Verdagay, Werners ve Zimmermann yaklaşımlarıyla bulanıklaştırılmıştır. Çalışmalarında, doğrusal programlama modelinin çözümlerine kıyasla, bulanık doğrusal programlama yönteminin karar verici için çok daha fazla bilgi sağladığı ve daha anlamlı sonuçlar verdiğini söylemişlerdir. Ayrıca çalışmalarında, doğrusal programlama modelinde olduğu gibi bulanık doğrusal programlama modeli de seçenekleri çözümleri sağlayabildiğini göstermişlerdir.

Bozdağ ve Türe (2008), sosyal ve ekonomik olayların sebep olduğu belirsizliklerden dolayı klasik mantık kapsamında yapılan bazı çalışmalar sonucunda elde edilen çözüm değerlerinin objektif olmadıklarını ileri sürmüşlerdir. Bu deneyim ve belirsizlikleri modele aktarabilmek için doğrusal programlama ve bulanık küme kuramından faydalanmışlardır. Çalışmalarında İstanbul Menkul Kıymet Borsasına kayıtlı 26 hisse senedi ve 33 aylık dönemine ilişkin verileri ele alarak bulanık doğrusal programlama yöntemini kullanmışlardır. Optimal portföy oluşturma sürecinde karar vericiyi farklı risk profillerine göre tanımlayarak 6 değişik senaryo hazırlamışlardır. Çalışmaları sonucunda, riskten kaçan yatırımcı profilinin beklediği getiri oranı arasında açık bir ilişki olduğunu belirtmişlerdir.

Ecer ve diğerleri (2009), bulanık bir modelle firmaları değerlendirmek ve optimal portföy oluşturmak için çimento sektöründe bir uygulama yapmışlardır.

Hasuike ve diğerleri (2009), rastgele bulanık değişkenler gibi belirsiz olan beklenen getiriler ile olasılık içeren, geleceğe yönelik beklenen getirileri içeren birkaç portföy seçim problemini ele almışlardır.

Liu ve Wu (2010), portföy optimizasyonu problemi için bulanık beklenti-yayıma (E-S) modeli geliştirmişlerdir. Çalışmalarında, bulanık parametreler göz önüne alındığında, E-S modeli genel amaçlı yazılım veya geleneksel optimizasyon algoritmaları ile çözülebilecek bir kuadratik programlama problemi halini aldığını ileri sürmüşlerdir.

Gülgör (2010), analitik hiyerarşi sürecini klasik ve bulanık küme teorisi kapsamında inceleyerek optimal portföy oluşturmaya çalışmıştır. Çalışmasında optimal portföy oluşturulmasında bulanık analitik hiyerarşi yönteminin klasik analitik hiyerarşi yönteminden daha etkin olduğunu ortaya koymuştur.

Kocadağlı ve Cinemre (2010), optimal portföy oluşturma sürecinde sermaye varlıkları fiyatlama modeli ile bulanık doğrusal olmayan model yaklaşımı öne sürmüşlerdir. Çalışmalarında beklenen getiri ve riski bulanık olarak kabul etmişler böylelikle bulanık amaçlı ve kaynaklı doğrusal olmayan bir portföy modeli oluşturmuşlardır. Uygulama kısmında, İMKB 30'da kayıtlı hisse senetlerinin kapanış değerlerini kullanarak, önerdikleri modelin performansını Markowitz ve Konno ve Yamazaki modellerinin performansları ile kıyaslamışlardır.

Sadjadi ve diğerleri (2011), farklı zaman döngülerindeki yatırımın miktarını belirleyen bulanık doğrusal programlama yöntemini ele almışlardır. Getiri oranları ve borçlanma/borç verme oranları dalgalı olarak ifade edilmekten ziyade üçgensel bulanık sayılar olarak ifade edilmiştir. Bulanık küme teorisi kullanılarak, yatırımcıların elindeki nakit miktarı ve karları için bir model geliştirilmişlerdir.

Khalifa ve Zeineldin (2014), bulanık katsayıları kullanarak bulanık doğrusal programlama yaklaşımıyla portföy seçimi yapmışlardır.

Taghizadegan ve diğerleri (2014), bulanık mantık çerçevesinde optimal portföy seçimi yapmışlardır. Modele ait değişkenlerin bulanık üçgensel sayılara dönüştürmüşlerdir. Önerilen modelin uygulanabilirliğini test etmek amacıyla Tahran Menkul Kıymetler Borsasında gerçek verileri kullanarak bir uygulama yapmışlardır. Çalışmalarında, çeşitli güven araklıları ile hisselerden oluşan optimal portföy seçimi yapmışlardır. Yatırım şirketlerini, karma fonları, bireysel emeklilik fonları veya bireysel yatırımcıları içeren sermaye piyasası faaliyetlerinin karar vericiler açısından bu modelin kullanılabilirliğini söylemişlerdir.

### **3. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI**

Klasik doğrusal programlama modellerinde, kesin olarak dile getirilen problemler için optimum çözümü araştırılır. Bu çözüm çıktısının karar vericiyi doyurup doyurmadığının klasik doğrusal programlama modellerinde bir önemi yoktur (Özkan, 2003: 161-162).

Bulanık doğrusal programlama, bulanık mantık ve doğrusal programlama özelliklerini kapsayan, klasik doğrusal programlama modelinin genişletilmiş ve bulanıklaştırılmış bir halidir (Çevik ve Yıldırım, 2010: 18). Bulanık doğrusal programlama, doğrusal programlama tekniğiyle çözülebilen problemlere birçok karar sürecinde görülen belirsizlikler karşısında kullanılan bir yöntemdir (Hansen, 1996: 32).

Bulanık doğrusal programlama, optimizasyon modeli parametrelerin kesin olarak belirlenemediği bir optimizasyon problemlerinde kullanılan bir bulanık matematiksel programlama yöntemidir ve doğrusal programlamanın bulanık ortamda karar vermek için geliştirilen bir uzantısıdır (Kaymak ve Sousa, 2001: 21). Diğer bir ifadeyle, Doğrusal programlama modellerindeki bulanıklık, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı katsayılarının tam olarak bilinemediği ve modeldeki bazı eşitsizlikler ve eşitlikler için net olmayan sınırların

tanımlanabileceği anlamına gelir (Özkan, 2003: 162). Bulanık doğrusal programlamanın temel amacı, tam bilginin mevcut olmadığı durumlarda karar alternatifleri arasından optimum çözümün seçilmesidir (Ribeiro ve Pires, 1999: 58-59).

Bulanık doğrusal programlamanın klasik doğrusal programlama modelinden en belirgin farkı parametrelere veya kısıtlayıcılara bulanık simgesinin “~” yer alması ve bulanık olan kısımlar için [0,1] güven aralığında tanımlı olan üyelik fonksiyonun belirlenmesidir.

Bulanık amaçlı ve/veya bulanık kısıtlayıcı bir bulanık doğrusal programlama modelinin genel gösterimi aşağıdaki gibi yazılabilir (Safi vd., 2007: 321; Elamvazuthi vd., 2009: 239):

$$\begin{aligned} Z &= c^T x \rightarrow \text{maksimum veya minimum} \\ (Ax)_i &(\tilde{\leq}, \tilde{=}, \tilde{\geq}) b_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Yukarıdaki matematiksel modelde amaç fonksiyonu bulanık olabileceği gibi teknolojik katsayılarından biri veya birkaçı da bulanık olabilir. Amaç fonksiyonu katsayıları ve parametreleri bulanık olan bir doğrusal programlama modeli ise matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Vasant vd., 2005: 385; Özkan, 2005: 125):

$$\begin{aligned} Z &= \tilde{c}^T x \rightarrow \text{maksimum veya minimum} \\ (\tilde{A}x)_i &(\leq, =, \geq) \tilde{b}_i \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Yukarıda verilen modelde kullanılan “~” simgesi ile kısıtının yaklaşık olarak  $b_i$ 'ye eşit, büyük veya küçük olduğunu belirtmektedir.

Temel olarak, bulanık doğrusal programlama problemlerinin formülasyonu, problemdeki bulanıklığın kaynağına göre çeşitlilik gösterir ve bulanık doğrusal programlama problemleri genellikle bulanıklık kaynağına göre isimlendirilir. Bulanık doğrusal programlama modelinde, amaç fonksiyonu ve teknolojik katsayıları hepsi bir arada bulanık olabileceği gibi tek tek de bulanık olabilmektedir (Sungur, 2008: 213). Örneğin; amaç fonksiyonu bulanık olan, sağ taraf sabitleri bulanık olan, teknolojik katsayılar matrisi bulanık olan, sap taraf sabitleri ve teknolojik katsayıları bulanık olan, tüm katsayıları bulanık olan doğrusal programlama problemleri çalışmalarda yaygın olarak kullanıldığı görülmektedir.

Verdagay amaç fonksiyonunu bulanık olmayan ve yalnız kısıtlayıcıların sağ taraf sabitlerinin bulanık olduğu, bulanık doğrusal programlama modellerinin çözümü için simetrik olmayan bir yaklaşım öne sürmüştür. Amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılarda görülen simetrikliğin en temel özelliği, simetrik yaklaşımlar ile amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıları tanımlayan bulanık kümelerin kesişiminden oluşan bulanık bir karar kümesi ile temsil edilmesidir. Simetrik olmayan modellerde ise amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılar arasında farklılık olduğu düşüncesinden yola çıkılmaktadır. Verdagay bu düşüncesinden yola çıkarak simetrik olmayan modellerde bulanık kısıtlayıcı bir doğrusal programlama problemlerinin betimleme teoremi kullanılarak ve parametrik programlama problemine dönüştürülerek çözümü söz konusudur (Başkaya, 2011: 187). Ayrıca, Verdagay parametrik doğrusal programlama yöntemini kullanarak bulanık dual problemleri tanımlamış ve bulanık primal ve dual problemlerin uygun şartlar altında aynı bulanık aynı bulanık çözüme eşdeğer olduğunu ortaya koyan ilk kişidir (Wu, 2003: 61).

Verdagay yaklaşımına göre, bu tür bulanık doğrusal programlama modelinin çözümü için ilk olarak bulanık kısıtlayıcılar için uygun üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi gerekmektedir (Bector ve Chandra, 2005: 61). Amaç fonksiyonunda herhangi bir bulanıklık olmadığı için sadece kısıtlayıcılar için üyelik fonksiyonları belirlendikten sonra, optimal çözümün bulunması için bulanık kısıtlayıcılar için  $\alpha$  kesimlerinin bulunması gerekmektedir (Başkaya, 2011: 188).

$\alpha \in [0,1]$  olmak koşuluyla, bulanık kısıtlayıcıların  $\mu_i(x)$  ile gösterilen üyelik fonksiyonlarının sürekli ve monotonik bir şekilde tanımlanması durumunda kısıtlayıcı kümesinin  $\alpha$  kesim kümesi aşağıda ifade edilmektedir (Herrera ve Verdagay, 1995: 582-583):

$$X_\alpha = \{x \mid \mu_i(x) \geq \alpha \forall i, x \geq 0\}; \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (3.3)$$

$\alpha$  kesimleri bulunduktan sonra, klasik amaç ve bulanık kısıtlayıcı bir bulanık doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Ertuğrul ve Tuş, 2007: 33):

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= c^T x & \text{Max } Z &= c^T x \\ x &\in X_\alpha & \text{veya} & \mu_i(x) \geq \alpha \\ \alpha &\in [0,1] & & \alpha \in [0,1] \\ x &\geq 0 & & x \geq 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

problemin çözümüyle belirlenir.

Bu aşamadan sonra üyelik fonksiyonları oluşturularak ve modelde yerlerine koyulur daha sonra da modeli parametrik programlama haline getirmek için gerekli dönüşümler yapılır ve son olarak çözüme

gidilir. Bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi ifade edilir (Javadian vd., 2009: 18; Guu ve Wu, 1999: 191):

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer } (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise} \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ; \text{eğer } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \text{ ise} \\ 1 & ; \text{eğer } (Ax)_i < b_i \text{ ise} \end{cases} \quad (3.5)$$

$\mu_i \geq \alpha$  dönüşümü yapılarak kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonlarının en az  $\alpha$  değeri kadar doyuma ulaşması sağlanmaktadır. Bu model dönüşümü yapıldıktan sonra elde edilen bulanık doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibi düzenlenebilir (Delgado vd., 1989: 23; Javadian vd., 2009: 18):

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= c^T x \\ (Ax)_i &\leq b_i + (1 - \alpha)p_i, \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \alpha &\in [0, 1] \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Burada  $\theta \in [0, 1]$  parametre olmak üzere  $(1 - \alpha)$  yerine  $\theta$  konarak bulanık doğrusal programlama modeli, parametrik doğrusal programlama problemine dönüşerek çözüm elde edilir (Bector ve Chandra, 2005: 62). Verdagay klasik amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlayıcılara sahip doğrusal programlama problemlerinin çözümü için önerdiği parametrik programlama modeli aşağıdaki şekilde ifade edilir (Safi vd., 2007: 34):

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= c^T x \\ (Ax)_i &\leq b_i + \theta p_i \\ \theta &\in [0, 1] \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Burada,  $\theta$  parametresi kısıtlayıcılarda yapılabilecek olan ihlalin seviyesini gösterir. Bu model çözümünde  $\theta \in [0, 1]$  değeri için farklı bir optimal çözüm ortaya çıkacaktır. Bu nedenle karar verici değişen koşullar altında istediği kararı kendisi verecektir (Paksoy vd., 2013: 93).

Werners ise çözüme başlamadan önce amaç fonksiyonu için belirlenen erişim düzeyinin ve tolerans değerlerinin model ile tutarsız olabileceğini ileri sürerek erişim düzeyi ve tolerans değerlerinin hesaplanması için farklı bir yaklaşım geliştirmiştir (Başkaya, 179-180). Werners'e göre problemin sadece kısıtları bulanık olmasının yanında amaç fonksiyonunun da bulanık olması gerektiğini ileri sürmüştür (Ertuğrul ve Pelitli, 2008: 103; Guu ve Wu, 1999: 192). Böylelikle, kısıtları bulanık olan doğrusal programlama problemleri için amaç fonksiyonu ve kısıtları bulanık olan doğrusal programlama modelleri aynı şekilde çözülebileceğini öne sürmüştür. Ayrıca ortaya koyduğu yöntemde, kısıtlayıcılara ilişkin üyelik fonksiyonlarının karar vericiler tarafından önceden belirlenebilmesine rağmen, kısıtların bulanık olmasından dolayı bulanık olan amaç fonksiyonuna yönelik üyelik fonksiyonu karar verici tarafından önceden belirlenemeyeceğini ifade etmektedir (Çevik ve Yıldırım, 2010: 19; Guu ve Wu, 1999: 192).

Werners, amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonunu belirleyebilmek için Orlovski'nin önerdiği bulanık karar kümesini temel olarak almıştır. Werners tarafından ileri sürülen bulanık doğrusal programlama yaklaşımı aşağıdaki gibi ifade edilir (Werners, 1987: 135; Lai ve Hwang, 1992: 133):

$$\begin{aligned} \text{max } Z &= c^T x \\ (Ax)_i &\lesssim b_i, \quad \forall_i \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

bu eşitlik aşağıdaki modele denktir.

$$\begin{aligned} \text{max } Z &= c^T x \\ (Ax)_i &\lesssim b_i + \theta p_i \\ \theta &\in [0, 1] \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

yukarıdaki modelde  $c$ ,  $A$ ,  $b_i$  ve  $p_i$  verilmiş ancak bulanık amacın hedefi verilmemiştir. Werners'in önerdiği yaklaşım sadece amaç fonksiyonu için belirlenecek olan üyelik fonksiyonunda değişikliğe yol açmaktadır. Söz konusu yaklaşım kullanılarak bu problemi çözmek için öncelikle olası bir aralık  $[z^0, z^1]$  belirlenmesi gerekir. Daha sonra  $z^0$  ve  $z^1$  değerleri üyelik fonksiyonuna yerleştirilmektedir. Kısıtlayıcılar için belirlenecek üyelik fonksiyonlarında herhangi bir değişiklik olmamaktadır. Bu çözüm yönteminde de maks-min işlemcisi kullanılarak karar kümesinin maksimum üyelik değerine sahip olan elamanı belirlenmektedir (Başkaya, 2011: 180). Zimmermann algoritmasında olduğu gibi  $p_0$  ve  $b_0$  değerlerini karar vericiye sorarak üyelik fonksiyonu oluşturmak yerine karar vericinin bu değerleri veremeyeceğini düşünerek iki olası uç nokta olan  $z^0$  ve  $z^1$  değerlerini kullanmaktadır. Werners tolerans değerinin sıfır olduğu durum için  $z^0$ , tolerans

değerinin tam olduğu durum için ise  $z^1$  ifadelerini kullanmıştır.  $z^0$  ve  $z^1$  değerlerinin hesaplanması aşağıda verilen doğrusal programlama modellerinin çözümü ile yapılmaktadır ve aşağıdaki gibi gösterilmektedir (Paksoy vd., 2013: 96; Javadian vd., 2009: 19; Umarusman ve Yaralıoğlu, 2008: 3 Guu ve Wu, 1999: 192):

$$\begin{aligned} \text{Max } z^0 &= c^T x & \text{Max } z^1 &= c^T x \\ (Ax)_i &\leq b_i & \text{ve } (Ax)_i &\leq b_i + p_i \\ x &\geq 0 & x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Burada bulanık olan sağ taraf sabiti kullanılarak oluşacak optimal çözümler arasında minimum amaç fonksiyonu değeri  $z^0$  ile maksimum amaç fonksiyonu değeri  $z^1$  arasına bir değer aranır. Optimal değer,  $z^0$  ve  $z^1$  arasında değer alacağından, bu aralıkta amaç fonksiyonu için yazılacak üyelik fonksiyonu da sürekli artan doğrusal bir üyelik fonksiyonu olacaktır (Seçme, 2005: 47). Optimum çözüm,  $z^0$  ve  $z^1$  değerleri arasında bir değer alacağı için optimal çözümün değeri arttıkça memnuniyet düzeyi de artacaktır. Memnuniyet derecesi,  $z^0$  ve  $z^1$  değerleri arasında yer alan optimal çözüme ulaşıncaya dek değişecektir (Lai ve Hwang, 1992: 88).

Yukarıda verilen (3.10) numaralı doğrusal programlama modellerinin çözümü yapılarak  $z^0$  ve  $z^1$  değerleri hesaplandıktan sonra bulunan değerler kullanılarak oluşturulacak olan bulanık amaç fonksiyonunu temsil eden üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilmektedir (Rommelfanger, 1996: 514; Javadian vd., 2009: 19; Bector ve Chandra, 2005: 80; Guu ve Wu, 1999: 192):

$$\begin{aligned} \mu_0(x) &= \begin{cases} 1 & ; \text{eğer } c^T x > z^1 & \text{ise} \\ 1 - \frac{z^1 - c^T x}{z^1 - z^0} & ; \text{eğer } z^0 \leq c^T x \leq z^1 & \text{ise} \\ 0 & ; \text{eğer } c^T x < z^0 & \text{ise} \end{cases} \\ \mu(Ax)_i &= \begin{cases} 1 & ; \text{eğer } (Ax)_i < b_i & \text{ise} \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ; \text{eğer } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i & \text{ise} \\ 0 & ; \text{eğer } (Ax)_i > b_i + p_i & \text{ise} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Optimal karara ulaşılması için maks-min işlemcisi kullanıldığından Werners'in önerdiği yöntem simetrik bir yöntemdir. Hem amaç fonksiyonu hem de kısıtların birlikte doyumunu sağlayan bir bulanık doğrusal programlama modelidir. Optimal karara ulaşmak için Bellman ve Zadeh tarafından önerilen maks-min işlemcisi kullanılarak,  $\mu_D$  üyelik fonksiyonu ile belirlenen D karar alanı edilebilir (Çevik ve Yıldırım, 2010: 20).

Maks-min işlemcisi kullanılarak  $\mu_D$  üyelik fonksiyonunun matematiksel gösterimi aşağıdaki biçimde gösterilir (Bector ve Chandra, 2005: 80-81):

$$\mu_D = \min(\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_m) \quad (3.12)$$

$z^0$  ve  $z^1$  değerleri 0 ve 1 üyelik değerlerini almaktadır. Amaç fonksiyonu ise bu değerler arasında bulanıklaştırmaktadır. Amaç fonksiyonunun kabul edilen  $z^1$  en büyük değeri sınır olmak koşuluyla bulanıklaştırmada kullanılan üyelik fonksiyonu üçgen üyelik fonksiyonu olmaktadır (Demiral, 2013: 387).

Werners modelini, Zimmermann'da olduğu gibi klasik doğrusal programlama modeline dönüştürmek için, yine  $\alpha$  değişkeni kullanılır.  $\mu_D$  eşitliğinin optimal çözümünün maksimum olduğu kararın seçilmesi halinde eşitlik aşağıdaki gibi olur (Lai ve Hwang, 1992: 134; Rommelfanger, 1996: 516; Javadian vd., 2009: 20):

$$\begin{aligned} \text{Max } \alpha \\ \mu_0 &\geq \alpha \\ \mu_i &\geq \alpha \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\alpha, \mu_0 \text{ ve } \mu_i \in [0,1] \quad \forall i$$

$$x \geq 0$$

Burada yine  $\alpha = 1 - \theta$  olması halinde problem aşağıdaki modele eşit olacaktır (Lai ve Hwang, 1992: 134):

$$\begin{aligned} \text{Min } \theta \\ c^T x &\geq z^1 - \theta(z^1 - z^0) \\ (Ax)_i &\leq b_i + \theta p_i ; \forall_i \\ \theta &\in [0,1] \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

şeklinde ifade edilir.  $c, A, b_i, p_i, v_i$  verilir ve  $\theta$ , ilk kısıt için  $(z^1-z^0)'$ ın bir parçası ve diğerleri için maksimum toleransın bir parçasıdır. Çözüm ise tek bir optimal çözüm olacaktır (Lai ve Hwang, 1992: 134).

#### 4. ÖNERİLEN MODEL

Ortalama mutlak sapma modeli, beklenen bir getiri düzeyinde ortalama getirisinden sapması en küçük hisse senetlerini belirleme de etkin bir yöntemdir. Yani çözümler ortalama getirisi beklenen getiri seviyesine eşit veya en yakın hisse senetlerinde yoğunlaşmaktadır. Bu modelde karar verici portföyün hem riskini hem de getirisini daha kolay hesaplayabilmekte buna ek olarak da Markowitz modelindeki kuadratik hesaplamalardaki zorlukları doğrusal programlama yardımı ile kolay hale getirmektedir. Karar vericinin risk ölçmede standart sapma ( $L_2$ ) yerine mutlak sapmayı ( $L_1$ ) kullanmalarını öneren bir modeldir. Önerilen model büyük ölçekli portföylerde kuadratik modelin kovaryans hesaplamalarının işlem fazlalığı ve zorunluluğunu ortadan kaldırmaktadır.

Çalışmada, Konno ve Yamazaki'nin (1991) ortaya koydukları ve Ching-Ter Chang (2005) tarafından yeniden formüle edilerek geliştirilen doğrusal programlama modeli temel alınmıştır. Bu modelin optimal portföy seçimden dikkate alınmasının en önemli nedeni, kısıt sayısının önemli düzeyde azaltılmış olmasıdır. Ching-Ter Chang geliştirdiği modelde, Konno ve Yamazaki'nin  $L_1$  risk fonksiyonunun yeniden modelleyerek kısıt sayısını  $2T+2'$ den ( $T$ = dönem sayısı)  $T+2'$ ye ve değişken sayısını ise  $2T+n'$ den ( $n$ = modelde kullanılan menkul kıymet sayısı)  $T+n'$ e düşürmüştür.

Bu çalışmada Ching-Ter Chang'ın portföy optimizasyonu konusunda yaptığı doğrusal programlama modeli uygulama olarak verilmiştir. Ching-Ter Chang, portföy optimizasyonu için aşağıdaki modeli geliştirmiştir (Chang, 2005: 567-572):

*Amaç Fonksiyonu :*

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left( 2d_t - \sum_{j=1}^n a_{jt}x_j \right)$$

*Kısıtlamalar :*

$$d_t - \sum_{j=1}^n a_{jt}x_j \geq 0, \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0 \quad (4.1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$d_t \geq 0, \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$$x_j \geq 0$$

Yukarıda modelde kullanılan notasyonların anlamları aşağıda açıklanmıştır.

T: İncelenen dönem sayısını,

t: T dönem içindeki herhangi bir t. dönemi,

$\rho$ : Beklenen getiri oranını,

$r_j$ : j. hisse senedinin T dönemdeki ortalama getiri oranını,

$r_{jt}$ : j. hisse senedinin t. dönemde gerçekleşen getiri oranını,

$x_j$ : j. hisse senedinin toplam yatırım içindeki payını,

$u_j$ : j. hisse senedine yapılan yatırımın üst tutarını,

$M_0$ : Toplam yatırım miktarını,

$\rho M_0$ : Beklenen getiri miktarını,

$d_t$ : Yardımcı değişkeni (katlanılacak portföy riskini minimize eden değer)

temsil etmek üzere  $a_{jt} = r_{jt} - r_j$ , j. hisse senedinin t. dönemde gerçekleşen getiri oranı ile T dönemdeki beklenen getiri oranı arasındaki farktır ve bu fark ortalamadan sapmadır ve riski ifade eder.

Ching-Ter Chang portföy modeli, yatırımcılara farklı getiri ve risk kombinasyonlarında nasıl bir portföy oluşturulması gerekliliği hakkında herhangi bir bilgi vermemektedir. Ayrıca portföy oluşturma gibi gerçek işletme problemlerinde kullanılan bilgilerin çoğunda belirsizlik hakim olması nedeniyle bu portföy seçim modeli portföy oluşturma problemlerinde yetersiz kalabilmektedir. Dolayısıyla çalışmada getiri ve risk faktörlerinin bulanık olduğu dikkate alınarak, getiri ve risk faktörleri için oluşturulan üyelik fonksiyonları ve bulanık doğrusal programlamada kullanılan yaklaşımlar yardımıyla optimal getiri ve risk memnuniyeti altında optimal bir portföy oluşturulmaya çalışılmıştır (Kocadağlı, 2006: 131; Kocadağlı, 2006: 355-359).



Bir önceki aşamada doğrusal programlama modeli ile optimal portföy oluşturulabilmesi için kullanılan amaç fonksiyonu ve kısıtlar dikkate alındığında, kurulan model içinde yer alan (4.1) numaralı kısıtta bulunan ve bu kısıtın sağ taraf sabiti olan beklenen getiri oranının ( $\rho$ ) bulanık bir yapıya sahip olduğu varsayımı ile Ching-Ter Chang matematiksel programlama modeli, bulanık kaynaklı doğrusal programlama modeline dönüşür. Beklenen getirinin artması yatırımcıların memnuniyetini arttıracığından, (4.1) numaralı kısıtın üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi parçalı lineer monoton artan bir fonksiyon halini alır (Konak ve Bağcı, 2016: 67; Gasimov ve Yenilmez, 2002: 380):

$$\mu_k(x) = \begin{cases} 0 & , \sum_{j=1}^n r_j x_j < \rho M_0 \\ \left[ \sum_{j=1}^n r_j x_j - \rho M_0 \right] / \tau , \rho M_0 \leq \sum_{j=1}^n r_j x_j \leq \rho M_0 + \tau \\ 1 & , \sum_{j=1}^n r_j x_j > \rho M_0 + \tau \end{cases} \quad (4.2)$$

Burada  $\tau$ , beklenen getirinin tolerans değeridir. Böylece Ching-Ter Chang tarafından geliştirilmiştir olan ve bulanık mantık kapsamında ele alınan bu bulanık kaynaklı doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibi gösterilebilir.

Amaç fonksiyonu :

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left( 2d_t - \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j \right)$$

Kısıtlar :

$$d_t - \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j \geq 0 , \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0 + \tau \quad (4.3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0$$

$$0 \leq x_j \leq u_j , \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$d_t \geq 0 , \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$$x_j \geq 0$$

Burada (bulanık beklenen getiri düzeyi), beklenen getirinin önceden bilinen tolerans değeri olmak üzere  $[\rho M_0, \rho M_0 + \tau)$  kapalı aralığındandır.  $\rho M_0 + \tau$ , beklenen getirinin üst sınırı olarak yani ortalama getirilerin maksimumu yatırımcı tarafından belirlenir (Konak ve Bağcı, 2016: 67). Verdagay'a göre bulanık kaynaklı doğrusal programlama modelleri aşağıdaki modele eşittir (Lai ve Hwang, 1992: 80):

$$\begin{array}{ll} \text{Min } Z & \text{Min } Z \\ x \in X_\alpha & \text{veya } \mu_i(x) \geq 0 \\ \alpha \in [0,1] & \alpha \in [0,1] \end{array} \quad (4.4)$$

$$x \geq 0 \quad x \geq 0$$

Burada  $X_\alpha$ ,  $\alpha[0,1]$  olmak üzere  $\alpha$  kesim kümesidir ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Ertuğrul ve Pelitli, 2008: 96):

$$\begin{array}{l} \text{Min } Z \\ x \in X_\alpha \\ X_\alpha = \{x | \forall_i, \mu_i \geq \alpha, x \geq 0\} \end{array} \quad (4.5)$$

Beklenen getirinin üyelik fonksiyonu Verdagay'ın modelinde yerine konursa elde edilecek model aşağıdaki gibi olur (Ertuğrul ve Pelitli, 2008: 96-97):

$$\begin{aligned}
\mu_k &\geq \alpha \\
\left[ \sum_{j=1}^n r_j x_j - \rho M_0 \right] / \tau &\geq \alpha \\
\left[ \sum_{j=1}^n r_j x_j - \rho M_0 \right] &\geq \tau \alpha \\
\sum_{j=1}^n r_j x_j &\geq \rho M_0 + \tau \alpha
\end{aligned} \tag{4.6}$$

olmak üzere, bulanık kaynaklı doğrusal programlama modeli aşağıdaki parametrik doğrusal programlama modeline dönüşür ve aşağıdaki gibi ifade edilir:

Amaç Fonksiyonu :

$$Min Z = \sum_{t=1}^T \left( 2d_t - \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j \right)$$

Kısıtlar :

$$d_t - \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j \geq 0 \quad , \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0 + \alpha \tau \quad , \quad \alpha \in [0, 1] \tag{4.7}$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0$$

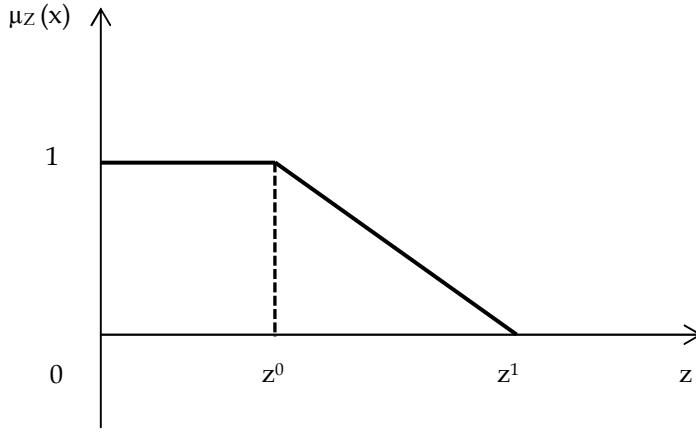
$$0 \leq x_j \leq u_j \quad , \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$d_t \geq 0 \quad , \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$$x_j \geq 0$$

Yukarıdaki model  $\alpha \in [0, 1]$  olmak üzere beklenen getirinin, farklı  $\alpha$  memnuniyet düzeylerine göre çözülerek belirli bir  $\alpha$  memnuniyet seviyesinde ve belirli bir risk düzeyinde hangi hisse senetlerine ne kadar oranda yatırım yapılması gerektiği bulunabilir (Kocadağlı 2006: 355-357). Ancak temel amacımız, çeşitli getiri ve risk birleşimleri arasından bir optimum çözüme ulaşmak olduğundan bu model tam olarak yeterli değildir. Werners, bulanık kaynaklar ve bulanık eşitsizlik kısıtlarından dolayı amaç fonksiyonunun da bulanık olabileceğini ileri sürmüştür. Verdagay'ın bulanık çözüm yönteminde olduğu gibi her bir bulanık kaynağın toleransının biliniyor olduğu varsayılmaktadır (Ertuğrul ve Pelitli, 2008: 103). Werners'in bulanık çözüm yönteminin modele uygulanması için ilk olarak, (4.7) numaralı modeli, sırasıyla  $\rho M_0$  yani  $\alpha=0$  iken ve  $\rho M_0 + \alpha \tau$  yani  $\alpha=1$  iken beklenen getirileri için çözülerek,  $z^0$  ve  $z^1$  (minimize edilen risk değerleri) amaç fonksiyonu değerleri hesaplanır.  $\alpha=0$  için (4.7) numaralı modeli, Ching-Ter Chang modeline eşittir. Söz konusu modelde beklenen getiri değeri atırıldığında minimize edilen risk değerleri de artacağından  $z^1 > z^0$  olacaktır (Kocadağlı, 2006: 134). Yatırımcılar riske karşı duyarlı olduğundan risk arttığında memnuniyet de azalacaktır. Bu durumda amacın üyelik fonksiyonu,  $z^0$  ve  $z^1$  değerlerinin kullanılmasıyla parçalı lineer monoton azalan bir fonksiyon halini alır ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Başkaya, 2011: 179-180; Konak ve Bağcı, 2016: 67; Dash ve Dash, 2013: 140; Ertuğrul ve Pelitli, 2008: 103):

$$\mu_k(x) = \begin{cases} 0 & , z > z^1 \\ 1 - [z - z^0] / [z^1 - z^0] & , z^0 \leq z \leq z^1 \\ 1 & , z < z^0 \end{cases} \tag{4.8}$$



Yukarıdaki şekilde de görüldüğü üzere,  $z$  değeri arttığında, yeni  $z$  değerine ait amacın üyelik fonksiyonundaki düzeyinin yani memnuniyet derecesinin azaldığı görülmektedir. Beklenen getirinin üyelik fonksiyonu ( $\mu_K(x)$ ) ve amacın üyelik fonksiyonunun ( $\mu_Z(x)$ ) aracılığıyla optimal bir çözüm elde etmek için maks-min işlemcisi kullanılabilir ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Kocadağlı, 2006: 134; Şişman, 2012: 34):

Werners'e göre;

$$\text{Max}_{x \geq 0} \alpha, \alpha = \text{Min}[\mu_Z(x), \mu_K(x)] \quad (4.9)$$

olmak üzere, maks-min işlemcisinin kullanılmasıyla problem çok amaçlı optimizasyon problemine dönüşür (Wang, 1997: 384-385; Konak ve Bağcı 2016: 66):

$$\text{Max}_{x \geq 0} \text{Min} [\mu_Z(x), \mu_K(x)] \quad (4.10)$$

Eşitlik (4.10), aşağıdaki probleme denktir (Lai ve Hwang, 1992: 88; Gasimov ve Yenilmez, 2002: 378):

$$\begin{aligned} &\text{Max. } \alpha \\ &\mu_Z(x) \geq \alpha \\ &\mu_K(x) \geq \alpha \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \\ &x \geq 0 \\ &\alpha \in [0, 1] \end{aligned} \quad (4.11)$$

Üyelik fonksiyonlarının, (4.11) numaralı modelde yerine konmasıyla birlikte bulanık amaçlı ve kaynaklı doğrusal programlama problemi, aşağıdaki standart doğrusal programlama problemine dönüşür:

Amaç Fonksiyonu :

$$\text{Max. } \alpha$$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} &\sum_{t=1}^T \left( 2d_t - \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j \right) + \alpha (z^1 - z^0) \leq z^1 \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \\ &\sum_{j=1}^n r_j x_j - \alpha \tau \geq \rho M_0 \quad \alpha \in [0, 1] \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$d_t \geq 0 \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$$x_j \geq 0$$

(4.12) numaralı model standart doğrusal programlama modeline dönüşür ve optimal bir  $\alpha^*$  değeri için hangi hisse senetlerine ne kadar oranda yatırım yapılacağı bulunabilir.

(4.12) numaralı modelle portföye girecek menkul kıymet sayısı ile portföydeki yatırım miktarları kontrol edilemez. Dolayısıyla optimal portföy ağırlığı birkaç hisse senedinde veya sektörde toplanabilir hatta bir hisse senedinden veya sektörden oluşması dahi mümkündür. Bu durum ise portföyü endüstri riski ve faaliyet riski gibi sistematik olmayan risklere karşı korumada yetersiz kalır. Modele yazılacak tercih kısıtlarıyla portföyün sistematik olmayan riskini azaltmak mümkündür. Önerilen modelde ise Ching-Ter Chang modeline tercih kısıtları yazılarak portföye girecek hisse senetlerinin farklı endüstri kollarına dağıtımı sağlanacaktır. Dolayısıyla portföy ağırlığının belli endüstri kollarında toplanmayacaktır (Uğurlu vd., 2015: 147-174).

Ching-Ter Chang modeline ek olarak aşağıdaki kısıtlar yazılmıştır:

$$\begin{aligned} \sum_{k=n_j}^{m_j} x_k + z_j &\leq 1, \quad j = 1, 2, 3, \dots, s \\ \sum_{k=n_j}^{m_j} x_k + z_j &\geq f \quad k = n_j, \dots, m_j \\ \sum_{j=1}^s z_j &\leq s - a, \quad z_j \text{ tam sayılı } (0, 1) \text{ değişken} \end{aligned} \quad (4.13)$$

(4.13) numaralı formüllere ait notasyonların anlamları aşağıda açıklanmıştır.

s: Sektör sayısını,

z<sub>j</sub>: z. sektörünü,

n<sub>j</sub>: j. sektördeki ilk işletmeyi,

m<sub>j</sub>: j. sektördeki son işletmeyi,

a: Portföyde yer alması istenen sektör sayısını,

f: Sektörün portföy içerisindeki en az ağırlığını

ifade etmektedir.

(4.13) numaralı kısıtlar ile portföydeki hisse senedinin ağırlığı farklı endüstri kollarına dağıtılmış olacaktır. Böylelikle portföyün sistematik olmayan risklere karşı daha korunaklı duruma gelmesi sağlanarak, yatırımcılar için bir avantaj sağlanmış olacaktır. Değerlendirmeye alınan iş kolları ve sektörler ek 1’de yer almaktadır. Bu kısıt ile tüm sektörlerden hisse senetlerinin çözüme girecekse çözüme en az %5 ağırlıkla girmesi ve a değerinin 5 alınarak yani portföyde yer alacak sektör sayısının ise en az (10-a)’dan 5 olması istenmiştir. Sektörün portföy içerisindeki en az ağırlığının alt sınırının büyümesi belirli bir noktadan sonra modele eklenen tercih kısıtını işlevsiz hale getirecektir. Örneğin alt sınır %25 varsayımı altında portföyde 4 sektörden fazla bulunmaz. Bu durum ise daha güvenli bir endüstri kolunun portföydeki yatırım payını azaltır. Bu kısıt yazılmaz ise model istenilen sayıda sektörü çözüme alacak fakat ağırlıkları sıfıra yakın olabilecektir, hatta portföy teorik olarak tek bir hisse senedinden dahi oluşabilecektir. Bu kısıt yardımıyla yatırımcının isteği doğrultusunda portföyü sistematik olmayan risklerden korumak için portföyde yer alacak hisse senetlerinin farklı endüstri kollarından seçilmesi sağlanmıştır (Uğurlu vd., 2015: 147-174). Böylelikle portföyün sistematik olmayan risklere karşı daha korunaklı duruma gelmesi sağlanarak, yatırımcılar için bir avantaj sağlanmış olacaktır.

Modele eklenen diğer bir kısıt ise işlem hacmi kısıtıdır. İşlem hacmi her sözleşmedeki işlem miktarı ile işlem fiyatlarının çarpılması sonucu elde edilen miktardır. Tüm hisse senetlerinin işlem hacimleri toplamı, hisse senetleri piyasasının toplam işlem hacmini belirlemektir. Borsada her işlem günü her iki seansın işlemleri için ayrı ayrı hisse senedi bazında işlem hacimleri yayınlanmaktadır (Kaya ve Doğan, 2015: 372). İşlem hacimlerinin likidite hızlarındaki farklılıklar karar vericilerde, istediği anda istediği fiyattan getiriye dönüştürme hızına göre risk algısı yaratabilmektedir (Uyar ve Kangallı, 2012: 184). Bu nedenle işlem hacmi, sadece yeni bilgilerin piyasaya girmesiyle menkul kıymetlerin getirilerini üzerinde önemli bir rol oynamamakta aynı zamanda piyasadaki karar vericilerin beklentilerindeki değişimlerle ilgili bilgileri de yansıtmaktadır (Kıran, 2010: 98; Leon, 2007: 176). İşlem hacminin, piyasanın önemli göstergelerinden biri olması ve karar vericide risk algısı yaratabileceği düşüncesiyle, işlem hacmi kısıtı portföy optimizasyonda tercih kısıtı olarak ele alınmıştır (Uyar ve Kangallı, 2012: 184). Bu kısıtın doğrusal programlama modelindeki gösterimi ise aşağıdaki biçimde ifade edilmiştir.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \geq \lambda_{ort} \quad (4.14)$$

şeklinde formüle edilir.

Burada:

λ<sub>j</sub>: j hisse senedinin 36 aylık dönem boyunca ortalama işlem hacimlerini,

λ<sub>ort</sub>: BİST 30 endeksine dahil olan sektörlerin 36 aylık boyunca ortalama işlem hacimlerinin ortalamasını,

ifade etmektedir.

Bu kısıt ile her bir hisse senedinin 36 aylık dönem boyunca ortalama işlem hacimlerinin toplamının her bir hisse senedinin 36 aylık dönem ortalamalarının ortalamasından büyük veya eşit olması istenmiştir.

Sonuç olarak, elde edilen modele sistematik olmayan riski azaltan endüstri kollarına dağılım ve işlem hacmi kısıtları eklendiğinde, geliştirilen modelin son şekli aşağıdaki gibi olacaktır.

Amaç Fonksiyonu :

Max.  $\alpha$

Kısıtlar :

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T \left( 2d_t - \sum_{j=1}^n a_{jt}x_j \right) + \alpha(z^1 - z^0) &\leq z^1 \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \\ d_t - \sum_{j=1}^n a_{jt}x_j &\geq 0 \\ \sum_{j=1}^n r_j x_j - \alpha\tau &\geq \rho M_0 \quad \alpha \in [0, 1] \\ \sum_{j=1}^n x_j &= M_0 \\ \sum_{k=n_j}^{m_j} x_k + z_j &\leq 1 \quad j = 1, 2, 3, \dots, s \\ \sum_{k=n_j}^{m_j} x_k + z_j &\geq f \quad x_k = n_j, \dots, m_j \\ \sum_{j=1}^s z_j &\leq s - a \quad z_j \text{ tam sayılı } (0, 1) \text{ de\u0131\u0131\u015fkeni} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j &\geq \lambda_{ort} \\ 0 \leq x_j &\leq u_j \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \\ d_t &\geq 0 \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \\ x_j &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.15)$$

Önerilen bulanık doğrusal programlama modeline ait notasyonların bir kısmı doğrusal programlama bölümünde verildiği için burada tekrar yazılmamıştır. Bulanık doğrusal programlamaya eklenen yeni notasyonların açıklamaları aşağıda verilmiştir.

$\alpha$ : Memnuniyet düzeyini,

$z^0$ : Amaç fonksiyonunun alabileceği en düşük değerini,

$z^1$ : Amaç fonksiyonunun alabileceği en yüksek değerini,

ifade etmektedir.

## 5. ÖNERİLEN MODELİN UYGULANMASI

Çalışmanın bu bölümünde önerilen model aracılığıyla BİST-30 endeksinde işlem gören hisse senetleri için optimal bir portföy oluşturularak ve elde edilen portföy için risk ve getiri düzeyleri hesaplanacaktır.

Bu bölümde, BİST-30 endeksinde Ocak 2012 - Aralık 2014 döneminde işlem gören 30 hisse senedine ait yıllık veriler kullanılarak, bulanık doğrusal programlama yaklaşımları ile optimal portföy oluşturulmaya çalışılmıştır. Çalışmada, Ching-Ter Chang tarafından formüle edilen ve portföy optimizasyonu için ileri sürdüğü model temel alınarak, bu modelin beklenen getiri kısıtı ve amaç fonksiyonu yani risk düzeyi, Verdagay ve Werners'in bulanık doğrusal programlama çözüm yaklaşımları kullanılarak bulanık hale getirilmiştir. Portföy seçim modeli bulanık doğrusal programlama çözüm yaklaşımlar ile çözümlenerek hisse senetlerinin yatırım yüzdeleri belirlenmiştir. Hisse senetlerinin aylık getirilerinin hesaplanması sonunda beklenen getiri (hisse senetlerinin ortalama getiri oranlarının ortalaması),  $\rho=0.024$  (%2.4) ve hisse senetlerinden ortalama getirilerinin maksimumu  $\rho_{\max}=0.053$  (%5.3) olarak hesaplanmıştır. Bu durumda beklenen getirinin toleransı,  $\tau=\rho_{\max}-\rho=0.029$  (%2.9) olarak bulunmuştur. Beklenen getirinin üyelik fonksiyonu  $M_0=1$  alınarak aşağıdaki gibi oluşturulmuştur:

$$\mu_K(x) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \quad , \sum_{j=1}^{30} r_j x_j < 0,024 \\ \left[ \sum_{j=1}^{30} r_j x_j - 0,024 \right] / 0,029 \quad , 0,024 \leq \sum_{j=1}^{30} r_j x_j \leq 0,053 \\ 1 \quad , \sum_{j=1}^{30} r_j x_j > 0,053 \end{array} \right\}$$

Verdagay yaklaşımda model  $\alpha \in [0,1]$  olmak üzere beklenen getirinin  $\alpha$  memnuniyet dereceleri dikkate alınarak çözülmüş ve belirli bir  $\alpha$  memnuniyet deresinde hangi hisse senetlerine ne kadar oranda

yatırım yapılması gerektiği bulunmuştur. Ancak, çalışmamız da amacımız çeşitli getiri ve risk birleşimleri arasından optimal bir portföy oluşturmak olduğundan sadece Verdagay yaklaşımı yeterli değildir. Werners, bulanık kaynaklar ve bulanık eşitsizlik kısıtlarından dolayı Verdagay modelinin amaç fonksiyonunun da bulanık olabileceğini ileri sürmüştür. Modelde Verdagay'ın çözüm yaklaşımında olduğu gibi her bir kaynak için tolerans değerlerinin bilindiği varsayılmaktadır. Buradan hareketle, (4.7) numaralı model sırasıyla  $\rho M_0$  ( $\alpha=0$ ) ve  $\rho M_0 + \tau$  ( $\alpha=1$ ) beklenen getirileri için çözülerek amaç fonksiyonu değeri olarak  $z^0$  ve  $z^1$  (minimize edilen risk değerleri) elde edilir. Modeldeki beklenen getiri değeri arttırıldığında minimize edilen risk değerleri de artacağından  $z^1 > z^0$  olacaktır. Karar vericiler riske karşı duyarlı olduğundan risk arttığında memnuniyet derecesi de azalacaktır (Kocadağlı, 2006: 134).

Önerilen modelin LINDO çözüm çıktısında  $z^0 = \%1.103$  ve  $z^1 = \%2.953$  olarak elde edilmiştir.  $z^0$  ve  $z^1$  değerleri bulunduktan sonraki aşama ise amaç fonksiyonun üyelik fonksiyonunun bulunmasıdır. Önerilen modelde,  $\alpha=0$  seviyesinde  $\%2.40$  getiriye karşılık amaç fonksiyonunun değeri yani riskin maksimum  $\%1.103$  olması belirlenmiştir. Benzer şekilde  $\alpha=1$  seviyesinde  $\%5.30$  getiriye karşılık amaç fonksiyonunun değeri yani riskin maksimum  $\%2.953$  olması kararlaştırılmıştır. Amacın üyelik fonksiyonu,  $\alpha=0$  iken  $z^0$  ve  $\alpha=1$  iken  $z^1$  değerlerinin kullanılmasıyla amacın üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilecektir.

$$\mu_z(x) = \begin{cases} 0 & , z > 2.953 \\ 1 - [z - 1, 103] / 2, 953 - 1, 103 & , 1.103 \leq z \leq 2.953 \\ 1 & , z < 1.103 \end{cases}$$

Üyelik fonksiyonları yerine konmasıyla birlikte sistematik olmayan riski azaltan yani endüstri kollarına ayırma ve işlem hacmi kısıtlarının modele eklenmesiyle, bulanık amaçlı ve kaynaklı doğrusal programlama modeli standart doğrusal programlama modeline dönüşür ve aşağıdaki biçimde ifade edilir.

Amaç Fonksiyonu:

Max.  $\alpha$

$$\text{Kısıt 1: } \sum_{t=1}^T \left( 2d_t - \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j \right) + \alpha (z^1 - z^0) \leq z^1$$

$$2d_1 - 0.094x_1 - 0.224x_2 - 0.021x_3 - 0.136x_4 - 0.071x_5 - 0.164x_6 - 0.154x_7 - 0.010x_8 - 0.069x_9 - 0.164x_{10} - 0.094x_{11} - 0.189x_{12} - 0.254x_{13} - 0.047x_{14} - 0.054x_{15} - 0.011x_{16} - 0.237x_{18} - 0.261x_{19} + 0.036x_{20} - 0.011x_{21} - 0.055x_{22} - 0.133x_{23} - 0.234x_{24} - 0.067x_{25} - 0.122x_{26} + 0.004x_{27} + 0.057x_{28} - 0.154x_{29} - 0.203x_{30} + 2d_2 - 0.035x_1 - 0.010x_2 - 0.101x_3 - 0.165x_4 - 0.078x_5 - 0.001x_6 - 0.022x_7 - 0.006x_8 - 0.016x_9 - 0.012x_{10} - 0.094x_{11} - 0.023x_{12} - 0.101x_{13} - 0.027x_{14} - 0.182x_{15} - 0.054x_{16} - 0.089x_{17} + 0.046x_{19} - 0.093x_{20} - 0.037x_{21} - 0.078x_{22} + 0.041x_{23} + 0.052x_{24} - 0.030x_{25} + 0.064x_{26} - 0.049x_{27} + 0.027x_{28} - 0.047x_{29} + 0.011x_{30} + \dots + 2d_{35} - 0.104x_1 - 0.006x_2 + 0.049x_3 - 0.089x_4 - 0.112x_5 - 0.049x_6 + 0.057x_7 - 0.043x_8 - 0.107x_9 - 0.047x_{10} - 0.081x_{11} - 0.072x_{12} + 0.097x_{13} + 0.185x_{14} - 0.081x_{15} - 0.061x_{16} - 0.098x_{17} - 0.022x_{18} - 0.025x_{19} + 0.010x_{20} - 0.074x_{21} - 0.210x_{22} - 0.070x_{23} - 0.093x_{24} - 0.069x_{25} - 0.102x_{26} - 0.021x_{27} + 0.028x_{28} - 0.041x_{29} - 0.069x_{30} + 2d_{36} + 0.052x_1 - 0.022x_2 + 0.009x_3 - 0.012x_4 + 0.033x_5 + 0.107x_6 + 0.042x_7 - 0.060x_8 + 0.053x_9 + 0.137x_{10} - 0.067x_{11} + 0.036x_{12} - 0.204x_{13} + 0.082x_{14} + 0.020x_{15} - 0.004x_{16} + 0.011x_{17} + 0.064x_{18} - 0.012x_{19} + 0.024x_{20} - 0.002x_{21} + 0.007x_{22} + 0.048x_{23} + 0.029x_{24} - 0.062x_{25} - 0.014x_{26} - 0.086x_{27} - 0.064x_{28} + 0.068x_{29} + 0.104x_{30} + 1.850\alpha \leq 2.953$$

Burada  $d_t$  değişkeni, her bir hisse senedinin t. dönemdeki ortalama sapmayı yani riski ifade etmektedir ve  $a_{jt} = r_{jt} - r_j$  şeklinde ifade edilmektedir. Ching-Ter Chang modelinin etkinlik sınırının her bir noktasının tespit edilebilmesi için kısıt sayısı T+2 kadar olacaktır. Çalışmamızda kullandığımız modelde, 30 hisse senedi ve 36 dönem olduğu için toplam kısıt sayısı 38'dir. Toplam 36 kısıtı yazmak mümkün olmadığından, ilk iki aya ait kısıtlar ve son iki aya ait kısıtlar verilmiştir.

$$\text{Kısıt 2: } d_t - \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j \geq 0$$

$$d_1 - 0.094x_1 - 0.224x_2 - 0.021x_3 - 0.136x_4 - 0.071x_5 - 0.164x_6 - 0.154x_7 - 0.010x_8 - 0.069x_9 - 0.164x_{10} - 0.094x_{11} - 0.189x_{12} - 0.254x_{13} - 0.047x_{14} - 0.054x_{15} - 0.011x_{16} - 0.237x_{18} - 0.261x_{19} + 0.036x_{20} - 0.011x_{21} - 0.055x_{22} - 0.133x_{23} - 0.234x_{24} - 0.067x_{25} - 0.122x_{26} + 0.004x_{27} + 0.057x_{28} - 0.154x_{29} - 0.203x_{30} \geq 0$$

$$d_2 - 0.035x_1 - 0.010x_2 - 0.101x_3 - 0.165x_4 - 0.078x_5 - 0.001x_6 - 0.022x_7 - 0.006x_8 - 0.016x_9 - 0.012x_{10} - 0.094x_{11} - 0.023x_{12} - 0.101x_{13} - 0.027x_{14} - 0.182x_{15} - 0.054x_{16} - 0.089x_{18} + 0.046x_{19} - 0.093x_{20} - 0.037x_{21} - 0.078x_{22} + 0.041x_{23} + 0.052x_{24} - 0.030x_{25} + 0.064x_{26} - 0.049x_{27} + 0.027x_{28} - 0.047x_{29} + 0.011x_{30} \geq 0$$

$$\dots + 2d_{35} - 0.104x_1 - 0.006x_2 + 0.049x_3 - 0.089x_4 - 0.112x_5 - 0.049x_6 + 0.057x_7 - 0.043x_8 - 0.107x_9 - 0.047x_{10} - 0.081x_{11} - 0.072x_{12} + 0.097x_{13} + 0.185x_{14} - 0.081x_{15} - 0.061x_{16} - 0.098x_{17} - 0.022x_{18} - 0.025x_{19} + 0.010x_{20} - 0.074x_{21} - 0.210x_{22} - 0.070x_{23} - 0.093x_{24} - 0.069x_{25} - 0.102x_{26} - 0.021x_{27} + 0.028x_{28} - 0.041x_{29} - 0.069x_{30} \geq 0$$

$$d_{36} + 0.052x_1 - 0.022x_2 + 0.009x_3 - 0.012x_4 + 0.033x_5 + 0.107x_6 + 0.042x_7 - 0.060x_8 + 0.053x_9 + 0.137x_{10} - 0.067x_{11} + 0.036x_{12} - 0.204x_{13} + 0.082x_{14} + 0.020x_{15} - 0.004x_{16} + 0.011x_{17} + 0.064x_{18} - 0.012x_{19} + 0.024x_{20} - 0.002x_{21} + 0.007x_{22} + 0.048x_{23} + 0.029x_{24} - 0.062x_{25} - 0.014x_{26} - 0.086x_{27} - 0.064x_{28} + 0.068x_{29} + 0.104x_{30} \geq 0$$

$$\text{Kısıt 3: } \sum_{j=1}^n r_j x_j - \alpha \tau \geq \rho M_0$$

$$0.01547x_1 + 0.03358x_2 + 0.02176x_3 + 0.01470x_4 + 0.01573x_5 + 0.02298x_6 + 0.03148x_7 + 0.02838x_8 + 0.01818x_9 + 0.01699x_{10} + 0.02670x_{11} + 0.02868x_{12} + 0.00029x_{13} + 0.04474x_{14} + 0.02015x_{15} + 0.02361x_{16} + 0.03433x_{17} + 0.02207x_{18} + 0.01886x_{19} + 0.02945x_{20} + 0.01505x_{21} + 0.05310x_{22} + 0.00860x_{23} + 0.03902x_{24} + 0.01908x_{25} + 0.00891x_{26} + 0.01730x_{27} + 0.04650x_{28} + 0.02546x_{29} + 0.02324x_{30} - 0.029\alpha \geq 0.024$$

Çalışmamızda, beklenen getiri 30 hisse senedinin 36 aylık dönem boyunca elde edilen aylık getiri oranlarının ortalaması yani  $(\rho)$  0.024 bulunmuştur.

Dördüncü kısıt ise portföye yapılacak toplam yatırım tutarının 1 Türk Lirası olarak alındığında, yatırım paylarını temsil eden  $x_j$  karar değişkenlerinin toplamının 1'e eşit olması gerektiğini gösteren kısıttır. Çalışmamızda toplam yatırım tutarı ( $\mu_0$ ) 1 Türk Lirası olarak alınmıştır. 1 Türk Lirası olarak alınmasının sebebi ise çalışmada işlem kolaylığının sağlanmasıdır. Çalışmamızda her bir hisse senedi için bu kısıt aşağıdaki biçimde ifade edilmektedir.

$$\text{Kısıt 4: } \sum_{j=1}^n x_j = M_0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} = 1$$

Sistematik olmayan riski azaltan endüstri kollarına dağılım tercih kısıtı şöyle olacaktır.

$$\sum_{k=n_j}^{m_j} x_k + z_j \leq 1$$

$$\text{Kısıt 5: } \sum_{k=n_j}^{m_j} x_k + z_j \geq f$$

$$\sum_{j=1}^s z_j \leq s - a$$

1. Endüstri kolu için kısıtlar (Banka sektörü) :

$$x_1 + z_1 \leq 1, x_9 + z_1 \leq 1, x_{10} + z_1 \leq 1, x_{11} + z_1 \leq 1, x_{29} + z_1 \leq 1, x_{30} + z_1 \leq 1$$

$$x_1 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{29} + x_{30} + z_1 \geq 0.05$$

2. Endüstri kolu için kısıtlar (Dayanıklı tüketim sektörü):

$$x_2 + z_2 \leq 1$$

$$x_2 + z_2 \geq 0.05$$

3. Endüstri kolu için kısıtlar (Perakende ticaret sektörü):

$$x_3 + z_3 \leq 1, x_{15} + z_3 \leq 1, x_{28} + z_3 \leq 1$$

$$x_3 + x_{15} + x_{28} + z_3 \geq 0.05$$

4. Endüstri kolu için kısıtlar (Holding sektörü):

$$x_4 + z_4 \leq 1, x_{12} + z_4 \leq 1, x_{18} + z_4 \leq 1, x_{19} + z_4 \leq 1, x_{23} + z_4 \leq 1$$

$$x_4 + x_{12} + x_{18} + x_{19} + x_{23} + z_4 \geq 0.05$$

5. Endüstri kolu için kısıtlar (İnşaat sektörü):

$$x_5 + z_5 \leq 1, x_6 + z_5 \leq 1, x_{25} + z_5 \leq 1$$

$$x_5 + x_6 + x_{25} + z_5 \geq 0.05$$

6. Endüstri kolu için kısıtlar (Demir çelik sektörü):

$$x_7 + z_6 \leq 1, x_{13} + z_6 \leq 1, x_{14} + z_6 \leq 1$$

$$x_7 + x_{13} + x_{14} + z_6 \geq 0.05$$

7. Endüstri kolu için kısıtlar (Otomotiv sektörü):

$$x_8 + z_7 \leq 1, x_{24} + z_7 \leq 1$$

$$x_8 + x_{24} + z_7 \geq 0.05$$

8. Endüstri kolu için kısıtlar (Petro kimya sektörü):

$$x_{16} + z_8 \leq 1, x_{27} + z_8 \leq 1$$

$$x_{16} + x_{27} + z_8 \geq 0.05$$

9. Endüstri kolu için kısıtlar (Telekom sektörü):

$$x_{21} + z_9 \leq 1, x_{26} + z_9 \leq 1$$

$$x_{21} + x_{26} + z_9 \geq 0.05$$

10. Endüstri kolu için kısıtlar (Ulaştırma sektörü):

$$x_{17} + z_{10} \leq 1, x_{20} + z_{10} \leq 1, x_{22} + z_{10} \leq 1$$

$$x_{17} + x_{20} + x_{22} + z_{10} \geq 0.05$$

Çözümde en az kaç sektör olacağına karar vermek için ise aşağıdaki kısıt yazılmıştır. Çalışmamıza konu olan toplam 10 sektör bulunmaktadır. Burada çözümde en az 5 sektör yer alması istenilmiş ve (10-a) sayısal ifadesinden a değeri 5 olarak alınmış optimal portföyün içerisinde en az 5 sektörün bulunması istenilmiştir.

$$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6 + z_7 + z_8 + z_9 + z_{10} \leq 10 - 5$$

Diğer bir kısıt ise yatırımcıların doğrudan kararlarını etkileyen ve hisse senetlerinin portföyde dağılımlarını şekillendirebilen işlem hacmi kısıtıdır.

$$\text{Kısıt 6: } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \geq \lambda_{ort}$$

$$168117542,277x_1 + 17480878,416x_2 + 29857611,663x_3 + 14519848,101x_4 + 76310387,742x_5 + 15215685,053x_6 + 40741698,888x_7 + 9238426,046x_8 + 462267819,388x_9 + 243502785,000x_{10} + 206541515,277x_{11} + 43452638,560x_{12} + 18262083,272x_{13} + 5071871,92x_{14} + 23098888,575x_{15} + 31194645,388x_{16} + 67410810,523x_{17} + 64735684,500x_{18} + 16430646,216x_{19} + 15048582,472x_{20} + 71759006,451x_{21} + 158321686,555x_{22} + 12546834,812x_{23} + 16079999,847x_{24} + 7104182,638x_{25} + 24344196,878x_{26} + 46044637,777x_{27} + 10106626,328x_{28} + 157110825,416x_{29} + 97427621,03x_{30} \geq 72311522,135$$

$$\text{Kısıt 7: } x_1, x_2, x_3, \dots, x_{30} \geq 0 \\ d_1, d_2, d_3, \dots, d_{30} \geq 0$$

Bu modelin LINDO paket programı yardımıyla çözülmesi sonucu  $\alpha$  değeri yani memnuniyet seviyesi 0.667 olarak bulunmuştur. Elde edilen  $\alpha$  değerine karşılık gelen minimum risk düzeyi, üyelik fonksiyonundan aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\mu_z(x) = \alpha = 1 - [z - 1.103]/1.850$$

$$0,667 = 1 - [z - 1.103]/1.850$$

$$1 - 0.667 = [z - 1.103]/1.850$$

$$0.333 * 1.850 = z - 1.103$$

$$0.616 = z - 1.103$$

$$z = 1.72$$

$\alpha=0.667$  memnuniyet seviyesinde minimize edilen risk oranı %1.72 olarak hesaplanmıştır. Memnuniyet seviyesinin 0.667 ve minimize edilen risk oranının %1.72 olması durumunda beklenen getiri oranı ise şu şekilde hesaplanır.

$$\begin{aligned} \text{Beklenen Getiri Oranı} &= \rho M_0 + \alpha \tau \\ &= 0.024 + 0.667 * 0.029 \\ &= 0.0433 \\ &= \%4.33 \end{aligned}$$

Yukarıdaki hesaplamalarda da görüleceği üzere 0.667 memnuniyet düzeyinde % 1.72 risk ile elde edilecek beklenen getiri oranı %4.33 olarak bulunmuştur. Bu sonuçlar dahilinde önerilen bulanık kaynaklı modelin çözülmesi sonucu portföyde bulunması gereken hisse senetleri ve portföy içindeki ağırlıkları ise şu şekilde gerçekleştirilmiştir. Toplam 1 Türk Lirası yatırımdan aylık %4.33 getiri sağlayabilmek için dayanıklı tüketim sektöründen; Arçelik A. Ş. (%5.00), demir çelik sektöründen; Ereğli Demir Çelik (%8.62) ve Kardemir Karabük Çelik (%25.36), ulaştırma sektöründen; Pegasus Hava Taşımacılığı (%17.88) ve Türk Hava Yolları (%33.14), otomotiv sektöründen; TOFAŞ Türk Otomobil (%5.00), perakende sektöründen; Ülker Bisküvi (%5.00) olmak üzere elde edilen optimal portföy 7 hisse senedini ve 5 farklı sektörü içermektedir. Optimal portföy çözümü dışında kalan diğer 23 hisse senedine ise yatırım yapılmayacağı görülmektedir.

## 6. SONUÇ

Portföy analizi yaparken yatırımcı, menkul kıymetlerin geçmiş döneme ait verileri kullanarak gelecek dönem için portföy oluşturur. Ancak finansal piyasalardaki belirsizlik ve bu piyasaların ekonomik ve sosyal birçok olaydan etkilenmesi bu geçmiş dönem verilerinin düzensiz olmasına ve bu belirsizliklerin portföy modellerine yansıtılamaması, optimal portföy çözümünde çelişkili sonuçların ortaya çıkarması gibi önemli problemlere yol açmaktadır. Bu gibi durumlarla karşı karşıya kalan tasarruf sahipleri klasik doğrusal programlama ile portföy oluşturması neredeyse imkansızdır. Klasik mantıkla çözümlenmek istense bile objektif bir sonuç elde edilememektedir. Dolayısıyla klasik doğrusal programlamanın yetersiz kaldığı durumlarda gerçek hayata uyarlanabilir olmasından dolayı bulanık doğrusal programlama kullanılmalıdır. Bu yöntem, portföy yöneticisinin veya yatırımcının portföye müdahale edebilmesine ve modelde kullanılan bazı parametreleri kendi bireysel kararlarına göre belirleyebilmesine imkan vermiştir. Bu sayede bulanık doğrusal programlama yöntemi ile farklı yatırımcı tiplerine göre farklı öneriler sunulabilmektedir.

Çalışmada ilk olarak optimal portföy oluşturmak için klasik doğrusal programlama yaklaşımına dayalı olan Ching-Ter Chang modeli ele alınmıştır. Bu modele, portföyün sistematik olmayan riskini azaltmak için endüstri kollarına dağıtım ve piyasanın önemli göstergelerinden biri olması ve karar vericide risk algısı yaratabileceği düşüncesiyle işlem hacmi kısıt olarak eklenerek yeni bir model oluşturulmuştur. Sektörün portföy içerisindeki en az ağırlığının alt sınırının büyümesi belirli bir noktadan sonra modele eklenen tercih kısıtını işlevsiz hale getireceğinden, modelin istenildiği gibi çeşitlendirme yapılabilmesi için makul bir alt bir sınır belirlenmiştir. Böylelikle, Ching-Ter Chang modeline tercih kısıtları ilave edilerek yatırımcının isteği doğrultusunda portföyün istenen sayıda endüstri kolundan hisse senetlerini içermesi sağlanmıştır. Bir sonraki aşamada ise, portföy optimizasyonunda bulanık doğrusal programlama yaklaşımlarından Werners ve Verdagay yaklaşımı kullanılmıştır. Belirsizlik durumu söz konusu olduğundan amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların minimum ve maksimum seviyeleri ele alınmıştır.

Bulanık kaynaklı portföy modelinin Vedagay yaklaşımı ile  $\alpha \in [0,1]$  için çözülmesiyle her  $\alpha$  değeri için belirli bir getiri ve risk seviyesine sahip farklı portföyler elde edilmiştir.  $\alpha=0$  seviyesine karşılık gelen %2.40 beklenen getiri değeri ve %1.103 risk değeri minimum değerler,  $\alpha=1$  seviyesine karşılık gelen %5.30 beklenen getiri değeri ve %2.953 risk değeri maksimum değerler olarak alınmıştır. Beklenen getirinin maksimum değeri %5.30 olarak belirlendiğinden tolerans değeri ( $\tau = \rho_{\max} - \rho$ ), %2.90 olarak hesaplanmış ve beklenen getirinin üyelik fonksiyonu (4.6) numaralı denklem yardımıyla yeniden oluşturulmuştur. (4.8)



numaralı denkleminde sırasıyla ( $\alpha=0$  için)  $z^0=1.103$  ve ( $\alpha=1$  için)  $z^1=2.953$  değerlerinin kullanılmasıyla amacın üyelik fonksiyonu parçalı doğrusal monoton azalan bir fonksiyon olarak elde edilmiştir. Üyelik fonksiyonları Werners'in (4.11) numaralı modeline yerleştirilerek (4.12) numaralı denklem elde edilmiştir. Üyelik fonksiyonları yardımıyla, bulanık doğrusal programlama modeli klasik doğrusal programlama modeline dönüştürülmüştür. Son olarak, tercih kısıtlarının da (4.12) numaralı denkleme eklenmesi ile (4.15) numaralı denklem elde edilmiştir. Önerilen bulanık kaynaklı modelin son hali olan (4.15) numaralı denklemin LINDO paket programı yardımıyla çözülmesi sonucunda bir portföy elde edilmiştir. Bu portföyde, dayanıklı tüketim sektöründen; Arçelik A. Ş. (%5.00), demir çelik sektöründen; Ereğli Demir Çelik (%8.62) ve Kardemir Karabük Çelik (%25.36), ulaştırma sektöründen; Pegasus Hava Taşımacılığı (%17.88) ve Türk Hava Yolları (%33.14), otomotiv sektöründen; TOFAŞ Türk Otomobil (%5.00), perakende sektöründen; Ülker Bisküvi (%5.00) olmak üzere, elde edilen optimal portföy 7 hisse senedinden ve 5 farklı sektörden oluşmaktadır.  $\alpha=0.667$  (%66.7) memnuniyet seviyesinde optimal portföyün amaç fonksiyonu değeri %1.72'lik bir risk ile %4.33 getiri elde etmesi beklenmektedir.

Genel olarak doğrusal programlama modelinin çözümlerine kıyasla, bulanık doğrusal programlama modelinin yatırımcı ve portföy yöneticileri için çok daha fazla bilgi verdiği ve daha anlamlı sonuçlar verdiği görülmektedir. Modelin çözümlenmesi ile bulanık ortamda karar verme sonuçlarının gerçek işletme problemlerine daha yakın olduğu ve belirsizliğin hakim olduğu ortamlarda karar vericinin ve portföy yöneticisinin nasıl davranılması gerektiğini göstererek karar vermede yardımcı olduğu görülmektedir. Ayrıca optimal portföy oluşturma sürecinde, modele ilave edilen tercih kısıtlarının optimal portföyde yer alacak hisse senedi sayısını ve yatırım oranlarını etkilediği görülmüştür.

Önerilen model, riskli menkul kıymetlere yatırım yapmayı düşünen yatırımcılara daha rasyonel yatırım yapabilmeleri, daha bilimsel yollarla portföy oluşturabilmeleri, yatırımcılara işlem kolaylığı sağlaması, modelin daha az kısıt sayısı ile çözüme girmesi ve dağılım varsayımı gerektirmemesi gibi nedenlerden dolayı tercih edilebilir. Ayrıca modele tercih kısıtları konularak hem hisse senetleri çeşitlendirilmesi hem de farklı sektörlerle aynı anda yatırım yapmanın portföy riski üzerinde etkileri de gözlenmesine adına önemlidir.

Bu makale çalışmasında yapılan tespitler sonucunda, gelecekte yapılacak çalışmalar için araştırmacılara aşağıdaki önerilerde bulunulabilir.

Modele yatırım üst sınırı, alım satım maliyetleri, açığa satış durumu, enflasyon etkisi gibi tercih kısıtları eklenerek yeni bir model oluşturulabilir.

Çalışmamız sadece riskli menkul kıymet olan hisse senetlerinden oluşmaktadır. Yapılacak çalışmalarda tahvil, hazine bonusu gibi risksiz menkul kıymetin modele ilave edilerek modelde ne gibi değişikliklerin olduğunu ve yatırımcılara daha fazla fayda sağlayıp sağlamadığı araştırılabilir.

Modelimizde risk fonksiyonu olarak mutlak sapma kullanılmıştır. Portföy optimizasyonu problemlerinde alternatif risk fonksiyonlarının araştırılması daha sonraki çalışmalar için önemli olacaktır.

Önerilen model, Markowitz'in geliştirdiği ortalama-varyans modeli ve Konno ve Yamazaki'nin geliştirdiği ortalama-mutlak sapma modelleri ile birlikte ele alınabilir. Böylelikle, oluşturulan portföylerin performansları ve risk seviyeleri karşılaştırılarak değerlendirilmelerde bulunabilir.

Çalışmanın bütünü  $L_1$  (mutlak sapma) risk fonksiyonundan elde edilen Ching-Ter Chang modeli,  $L_2$  (standart sapma) risk fonksiyonu kullanan ortalama varyans modeline alternatif olduğu hatta ortalama varyans modelinde bahsedilen olumsuz durumları ortadan kaldırması nedeniyle daha ileri bir yaklaşım olduğunu göstermektedir. Diğer taraftan bulanık doğrusal programlama modelinin klasik doğrusal programlama modeline göre daha esnek olması, bu esneklikten dolayı daha iyi optimum çözümler sunması, gerçek hayatta var olan belirsizlikleri ve bilgi eksikliklerini dikkate alarak modeli değerlendirmesi ve modele gerçeklik sağlaması bakımından klasik doğrusal programlama modeline göre daha üstün yönlerinin olduğu görülmektedir. Dolayısıyla, bulanık mantığa dayalı olan bulanık doğrusal programlama modeli optimal portföy oluşturma problemlerinde etkin olarak kullanılabilir. Ancak bu yöntemlerin eksiklikleri araştırılmalı ve bu noktalara göre çalışmalar genişletilmelidir.

**EKLER****Ek 1: BİST 30 Endeksinde Yer Alan Hisse Senetleri Ve Bulunduğu Sektörler**

| x   | HİSSE SENEDİ ADI                | KISALTMASI | BULUNDUĞU SEKTÖR  |
|-----|---------------------------------|------------|-------------------|
| x1  | AKBANK                          | AKBNK      | BANKACILIK        |
| x2  | ARÇELİK                         | ARCLK      | DAYANAKLI TÜKETİM |
| x3  | BİM MAĞAZALARI                  | BIMAS      | PARAKENDE TİCARET |
| x4  | DOĞAN HOLDİNG                   | DOHOL      | HOLDİNG           |
| x5  | EMLAK KONUT GMYO                | EKGYO      | İNŞAAT            |
| x6  | ENKA İNŞAAT                     | ENKAI      | İNŞAAT            |
| x7  | EREĞLİ DEMİR ÇELİK              | EREGL      | DEMİR ÇELİK       |
| x8  | FORD OTOSAN                     | FROTO      | OTOMOTİV          |
| x9  | GARANTİ BANKASI                 | GARAN      | BANKACILIK        |
| x10 | TÜRKİYE HALK BANKASI            | HALKB      | BANKACILIK        |
| x11 | İŞ BANKASI                      | ISCTR      | BANKACILIK        |
| x12 | KOÇ HOLDİNG                     | KCHOL      | HOLDİNG           |
| x13 | KOZA ALTIN                      | KOZAL      | DEMİR ÇELİK       |
| x14 | KARDEMİR KARABÜK DEMİR          | KRDMD      | DEMİR ÇELİK       |
| x15 | MİGROS TİCARET                  | MGROS      | PARAKENDE TİCARET |
| x16 | PETKİM PETROKİMYA               | PETKM      | PETROKİMYA        |
| x17 | PEGASUS HAVA TAŞIMACILIĞI       | PGSUS      | ULAŞTIRMA         |
| x18 | SABANCI HOLDİNG                 | SAHOL      | HOLDİNG           |
| x19 | SİŞE CAM İSE VE CAM FABRİKALARI | SISE       | HOLDİNG           |
| x20 | TAV HAVALIMANLARI HOLDİNG       | TAVHL      | ULAŞTIRMA         |
| x21 | TURKCELL İLETİŞİM HİZMETLERİ    | TCELL      | TELEKOMÜNİKASYON  |
| x22 | TÜRK HAVA YOLLARI               | THYAO      | ULAŞTIRMA         |
| x23 | TEKFEN HOLDİNG                  | TKFEN      | HOLDİNG           |
| x24 | TOFAŞ TÜRK OTOMOBİL FABRİKASI   | TOASO      | OTOMOTİV          |
| x25 | TRAKYA CAM SANAYİİ              | TRKCM      | İNŞAAT            |
| x26 | TÜRK TELEKOMÜNİKASYON           | TTKOM      | TELEKOMÜNİKASYON  |
| x27 | TÜPRAŞ-TÜRKİYE PETROL RAFİNE    | TUPRS      | PETROKİMYA        |
| x28 | ÜLKER BİSKÜVİ                   | ULKER      | PARAKENDE TİCARET |
| x29 | VAKIFLAR BANKASI                | VAKBN      | BANKACILIK        |
| x30 | YAPI VE KREDİ BANKASI           | YKBNK      | BANKACILIK        |

EK 2: Bulanık Doğrusal Programlama Modeli İle Önerilen Modelin LINDO Çözüm Sonuç Çıktısı

| LP OPTIMUM FOUND AT STEP 157       |                 |                 |
|------------------------------------|-----------------|-----------------|
| OBJECTIVE FUNCTION VALUE 0.6679428 |                 |                 |
| VARIABLE                           | VALUE           | REDUCED COST    |
| $\alpha$                           | 0.667943        | 0.000000        |
| d <sub>1</sub>                     | 0.063643        | 0.000000        |
| d <sub>2</sub>                     | 0.031231        | 0.000000        |
| d <sub>3</sub>                     | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>4</sub>                     | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>5</sub>                     | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>6</sub>                     | 0.127654        | 0.000000        |
| d <sub>7</sub>                     | 0.020654        | 0.000000        |
| d <sub>8</sub>                     | 0.007862        | 0.000000        |
| d <sub>9</sub>                     | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>10</sub>                    | 0.046320        | 0.000000        |
| d <sub>11</sub>                    | 0.040241        | 0.000000        |
| d <sub>12</sub>                    | 0.054187        | 0.000000        |
| d <sub>13</sub>                    | 0.045448        | 0.000000        |
| d <sub>14</sub>                    | 0.006654        | 0.000000        |
| d <sub>15</sub>                    | 0.008943        | 0.000000        |
| d <sub>16</sub>                    | 0.019710        | 0.000000        |
| d <sub>17</sub>                    | 0.006032        | 0.000000        |
| d <sub>18</sub>                    | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>19</sub>                    | 0.016494        | 0.000000        |
| d <sub>20</sub>                    | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>21</sub>                    | 0.140213        | 0.000000        |
| d <sub>22</sub>                    | 0.029223        | 0.000000        |
| d <sub>23</sub>                    | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>24</sub>                    | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>25</sub>                    | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>26</sub>                    | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>27</sub>                    | 0.020903        | 0.000000        |
| d <sub>28</sub>                    | 0.027862        | 0.000000        |
| d <sub>29</sub>                    | 0.020903        | 0.000000        |
| d <sub>30</sub>                    | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>31</sub>                    | 0.000000        | 0.349306        |
| d <sub>32</sub>                    | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>33</sub>                    | 0.000000        | 0.534023        |
| d <sub>34</sub>                    | 0.083104        | 0.000000        |
| d <sub>35</sub>                    | 0.038650        | 0.000000        |
| d <sub>36</sub>                    | 0.000000        | 0.534023        |
| x <sub>1</sub>                     | 0.000000        | 0.570048        |
| <b>x<sub>2</sub></b>               | <b>0.050000</b> | <b>0.000000</b> |
| x <sub>3</sub>                     | 0.000000        | 0.133185        |
| x <sub>4</sub>                     | 0.000000        | 0.601611        |
| x <sub>5</sub>                     | 0.000000        | 0.527072        |

|                       |                 |                 |
|-----------------------|-----------------|-----------------|
| X <sub>6</sub>        | 0.000000        | 0.315585        |
| <b>X<sub>7</sub></b>  | <b>0.086298</b> | <b>0.000000</b> |
| X <sub>8</sub>        | 0.000000        | 0.011641        |
| X <sub>9</sub>        | 0.000000        | 0.276899        |
| X <sub>10</sub>       | 0.000000        | 0.647656        |
| X <sub>11</sub>       | 0.000000        | 0.343168        |
| X <sub>12</sub>       | 0.000000        | 0.324973        |
| X <sub>13</sub>       | 0.000000        | 0.627112        |
| <b>X<sub>14</sub></b> | <b>0.253638</b> | <b>0.000000</b> |
| X <sub>15</sub>       | 0.000000        | 0.520089        |
| X <sub>16</sub>       | 0.000000        | 0.331552        |
| <b>X<sub>17</sub></b> | <b>0.178817</b> | <b>0.000000</b> |
| X <sub>18</sub>       | 0.000000        | 0.408123        |
| X <sub>19</sub>       | 0.000000        | 0.594532        |
| X <sub>20</sub>       | 0.000000        | 0.088431        |
| X <sub>21</sub>       | 0.000000        | 0.391686        |
| <b>X<sub>22</sub></b> | <b>0.331499</b> | <b>0.000000</b> |
| X <sub>23</sub>       | 0.000000        | 0.590917        |
| <b>X<sub>24</sub></b> | <b>0.050048</b> | <b>0.000000</b> |
| X <sub>25</sub>       | 0.000000        | 0.522909        |
| X <sub>26</sub>       | 0.000000        | 0.453078        |
| X <sub>27</sub>       | 0.000000        | 0.907199        |
| <b>X<sub>28</sub></b> | <b>0.050000</b> | <b>0.000000</b> |
| X <sub>29</sub>       | 0.000000        | 0.508021        |
| X <sub>30</sub>       | 0.000000        | 0.546571        |
| Z <sub>1</sub>        | 1.000000        | 0.000000        |
| <b>Z<sub>2</sub></b>  | <b>0.000000</b> | <b>0.000000</b> |
| <b>Z<sub>3</sub></b>  | <b>0.000000</b> | <b>0.000000</b> |
| Z <sub>4</sub>        | 1.000000        | 0.000000        |
| Z <sub>5</sub>        | 1.000000        | 0.000000        |
| <b>Z<sub>6</sub></b>  | <b>0.000000</b> | <b>0.000000</b> |
| <b>Z<sub>7</sub></b>  | <b>0.000000</b> | <b>0.000000</b> |
| Z <sub>8</sub>        | 1.000000        | 0.000000        |
| Z <sub>9</sub>        | 1.000000        | 0.000000        |
| <b>Z<sub>10</sub></b> | <b>0.000000</b> | <b>0.000000</b> |

#### KAYNAKÇA

- AMMAR, E. Elsaeed and KHALIFA, A. Hany (2003). "Fuzzy Portfolio Optimization A Quadratic Programming Approach", *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol.18, Iss.5, pp.1045-1054.
- APAK, Sudi ve DEMİREL, Engin (2013). *Finansal Yönetim Sermaye Piyasaları*, İstanbul: 2. Basım, Cilt.1, Papatya Yayıncılık.
- ASLANTAŞ, Cem (2008). *Portföy Yönetiminde Fuzzy Yaklaşımı*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İstanbul: Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- ATAN, Murat ve DUMAN, Sibel (2005). *Konno ve Yamazaki Portföy Modelinin Doğrusal Programlama ve Bulanık Doğrusal Programlama Yardımıyla Çözümlemesi*, Antalya: 4. İstatistik Kongresi, İstatistiki Mezunlar Derneği ve Türk İstatistik Derneği.
- ATAN, Sibel, METE, Sinan, ALTAN, Şenol ve ATAN, Murat (2010). "İMKB 100 Endeksi İçin Optimal Portföy Seçimi Model Önerisi", *Aksaray Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, C.12, S.1, ss. 21-32.
- BAŞKAYA, Zehra (2011). *Bulanık Doğrusal Programlama*, Bursa: Ekin Yayınevi.
- BECTOR, C. R. and CHANDRA, Suresh (2005). *Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games*, New York: Springer Ltd.
- BEKÇİ, İsmail, EROĞLU, Abdullah ve USUL, Hayrettin (2001). Portföy Seçim Problemine Bulanık Mantık Yaklaşımı, *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, C.6, S.2, ss. 89-107.
- BEKÇİOĞLU, Selim (1984). *Portföy Yaklaşımları ve Markowitz Portföy Yaklaşımının Türkiye Hisse Senedi Piyasasında Uygulanması*, Ankara.
- BİRGİLİ, Erhan ve TUNA, Gülfen (2010). "Markowitz ve Tek Endeks Modellerinin Uygulanması: İMKB 30 Endeksi Üzerinde Karşılaştırmalı Analiz", *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, C.15, S.3, ss. 1-18.

- BOZDAĞ Nihat. ve TÜRE, Hasan (2008). "Bulanık Doğrusal Programlama ve İMKB Üzerine Bir Uygulama", *Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, C.10, S.1, ss. 1-18.
- CEYLAN, Ali ve KORKMAZ, Turhan (1998). *Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi*, Bursa: 3. Baskı, Ekin Kitabevi Yayınları.
- CHANG, Ching-Ter (2005). "A Modified Goal Programming Approach for the Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model", *Applied Mathematics and Computation*, Vol.171, Iss.1, pp. 567-572.
- CİHANGİR, Mehmet, GÜZELER, A. Karaçizmeli, SABUNCU, İbrahim (2008). "Optimal Portföy Seçiminde Konno-Yamazaki Modeli Yaklaşımı ve İMKB Mali Sektör Hisse Senetlerine Uygulanması", *Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, C.10, S.3, ss. 125-142.
- ÇEVİK, Osman ve YILDIRIM, Yasemin (2010). "Bulanık Doğrusal Programlama ile Süt Ürünleri İşletmesinde Bir Uygulama", *Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, C.12, S.18, ss. 15-26.
- DASH, P. Durga and DASH, B. Rajani (2013). "Solving Fuzzy Multi Objective Non-Linear Programming Problem Using Fuzzy Programming Technique", *International Journal of Engineering Science and Innovative Technology*, Vol.2, Iss.5, pp.137- 142.
- DELGADO, Mugiel, VERDEGAY, L. Jose and VILA, M. Amparo (1989). "A General Model for Fuzzy Linear Programming", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.29, Iss.1, pp. 21-29.
- DEMİREL, Engin (2013). *Finansal Piyasa Analizleri ve Portföy Yönetimi*, Ankara: 2. Baskı, Paradigma Yayınları.
- ECER, Fatih, Vurur, N. Serap ve Özdemir, Latife (2009). "Bulanık Bir Modelle Firmaları Değerlendirme ve Optimal Portföy Oluşturma: Çimento Sektöründe Bir Uygulama", *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, C.6, S.11, ss. 478-502.
- ELAMVAZUTHİ, Irraivan, GANESAN, Timothy, VASANT, Pandian and Webb, F. Jonathan (2009). "Application of a Fuzzy Programming Technique to Production Planning in the Textile Industry", *International Journal of Computer Science and Information Security*, Vol.6, No.3, pp. 238-243.
- ERTUĞRUL, İrfan ve PELİTLİ, Dilek (2008). "Portföy Analizinde Bulanık Portföy Yaklaşımı", *İktisat İşletme ve Finans Dergisi*, C.23, No.265, ss. 91-113.
- ERTUĞRUL, İrfan and TUŞ, Ayşegül (2007). "Interactive Fuzzy Linear Programming and an Application Sample at a Textile Firms", *Fuzzy Optimization and Decision Making*, Vol.6, Iss.1, pp. 29-49.
- FANG, Yong, LAI, K. Keung and WANG, S. Yang (2005). "Portfolio Rebalancing Model with Transaction Costs Based on Fuzzy Decision Theory", *European Journal of Operation Research*, Vol.175, Iss.2, pp. 879-893.
- GASIMOV, N. Refail and YENİLMEZ, Kürşat (2002). "Solving Fuzzy Linear Programming Problems with Linear Membership Functions", *Türk J Maths, TÜBİTAK*, No.26, pp. 375-396.
- GUU, Sy-Ming and WU, Yan-Kuen (1999). "Two-Phase Approach for Solving the Fuzzy Linear Programming Problems", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.107, Iss.2, pp. 191-195.
- GÜLGÖR, Gonca (2010). *İMKB 30 Endeksinde Klasik ve Bulanık Analitik Hiyerarşi Süreci ile Portföy Seçimi ve Performanslarının Karşılaştırılması*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir: Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- GÜNGÖR, İbrahim, DEMİR, Yusuf ve AYCAN, Meltem (2005). "Bulanık Ortamda Portföy Optimizasyonu", *Selçuk Üniversitesi Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, S.10, ss. 104-120.
- HANSEN, K. Bjarne (1996). *Fuzzy Logic and Linear Programming Find Optimal Solutions for Meteorological Problems*, Nova Scotia: Terms Paper for Fuzzy Course at Technical University of Nova Scotia.
- HASUIKE, Takashi, KATAGIRI, Hideki and ISHII, Hiroaki (2009). "Portfolio Selection Problems With Random Fuzzy Variable Returns", *Fuzzy Sets and System*, Vol. 160, Iss.18, pp. 2579-2596.
- HERRARA, Francisco. and VERDAGAY, J. Lose (1995). "Theory and Methodology: Three Models of Fuzzy Integer Linear Programming", *European Journal of Operational Research*, Vol.83, pp. 581-593.
- HUANG, Xiaoxia. (2008). "Mean-Semivariance Models for Portfolio Selection", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol.217, Iss.1, pp. 1-8.
- INUIGUCHI, Masahiro, ICHIHASHI, Hidetomo and KUME, Yasufumi (1990). "A Solution Algorithm for Fuzzy Linear Programming with Piecewise Linear Membership Functions", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.34, Iss.1, pp. 15-31.
- JAVADIAN, Nikbakhsh, MAALI, Yaşar and AMIRI, M. Nezam (2009). "Fuzzy Linear Programming With Grades of Satisfaction in Constraints", *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, Vol.6, Iss.3, pp. 17-35.
- KAYA, Cansın ve KOCADAĞLI, Ozan (2012). "Etkin Sınır ve Beta Katsayı Kısıtlı Portföy Seçim Modeli Üzerine Bir Uygulama", *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, Y.11, S. 12, ss. 19-35.
- KAYA, Feridun ve DOĞAN, İrfan (2015). *Finansal Yönetim*, İstanbul: 1. Baskı, Beta Basım Yayın Dağıtım.
- KAYMAK, Uzeyir ve SOUSA, M. Joao (2003). "Weighted Constraints Aggregation in Fuzzy Optimization, Constraints", *Kluwer Academic Publisher*, Vol.8, Iss.1, pp. 61-78.
- KHALIFA, A. Hamiden and ZEINELDIN, A. RAMADAN (2014). Fuzzy Programming Approach for Portfolio Selection Problems with Fuzzy Coefficients, *International Journal of Scientific Knowledge*, Vol.4, No.7, pp. 40-47.
- KIRAN, Burcu (2010). İstanbul Menkul Kıymet Borsasında İşlem Hacmi ve Getiri Volatilitesi, *Doğuş Üniversitesi Dergisi*, C.11, S.1, ss. 98-108.
- KOCADAĞLI, Ozan (2006). *Bulanık Doğrusal Programlama Yaklaşımıyla Portföy Oluşturulması*, İzmit Kocaeli: 26. Ulusal Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği Kongresi, ss. 355-359.
- KOCADAĞLI, Ozan (2006). *Bulanık Matematiksel Programlama ve Portföy Analizi Uygulanması*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul: Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- KOCADAĞLI, Ozan ve CİNEMRE, Nalan (2010). "Portföy Optimizasyonunda SVFM ile Bulanık Doğrusal Olmayan Model Yaklaşımı", *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, C.39, S.2, ss. 359-369.
- KONAK, Fatih ve BAĞCI, Buğra (2016). "Fuzzy Linear Programming on Portfolio Optimization: Empirical Evidence from FTSE 100 Index", *Global Journal of Management and Business Research: C Finance*, Vol.16, Iss.2, pp. 65-69.
- KONNO, Hiroshi and YAMAZAKI, Hiroaki. (1991). "Mean Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market", *Management Science*, Vol.37, Iss. 5, pp. 519-531.
- LAI, Young-Jou and HWANG, Ching-Lai (1992). *Fuzzy Mathematical Programming: Methods and Applications*, Berlin: Springer-Verlag.
- LAI, Young-Jou and HWANG, Ching-Lai (1992). "Intereactive Fuzzy Linear Programming", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.45, Iss.2, pp. 169-183.
- LEON, N. Konan (2007). "An Empirical Study of Relation Between Stock Return Volatility and Trading Volume in the BRVM", *African Journal of Business Management*, Vol.1, No.7, pp. 176-184.
- LIU, Yankiu and WU, Xiaoli (2010). "A Class of Fuzzy Portfolio Optimization Problems: E-S Models", *Lecture Notes in Computer Science*, Vol.6146, pp. 43-50.

- ÖSTERMARK, Ralf (1996). "A Fuzzy Control Model (FCM) for Dynamic Portfolio Management, *Fuzzy Sets and System*", Vol.78, Iss.3, pp. 243-254.
- ÖZKAN, M. Mustafa (2003). *Bulanık Hedef Programlama*, Bursa: Ekin Kitapevi.
- PAKSOY, Turan, PEHLİVAN, N. Yapıcı ve ÖZCEYLAN, Eren (2013). *Bulanık Küme Teorisi*, Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- PARRA, M. Arenas, TEROL, A. Bilbao and RODRIGUEZ, M. V. Uria (2001). "A Fuzzy Goal Programming Approach to Portfolio Selection", *European Journal of Operational Research*, Vol.133, Iss.2, pp. 287-297.
- RAMASWAMY, Srichander (1998). Portfolio Selection Using Fuzzy Decision Theory, *Working Paper of Bank For International Settlements*, No.59, pp. 17-23.
- RIBEIRO, R. Almeida and PIRES, F. Moura (1999). "Fuzzy Linear Programming Via Simulated Annealing", *Kybernetika*, Vol.35, No.1, pp. 57-67.
- ROMMELFANGER, Heinrich (1996). "Fuzzy Linear Programming and Applications", *European Journal of Operational Research*, Vol.92, pp.512-527.
- SADJADI, S. Jafar, SEYEDHOSSEINI, S. Mohammad and HASSANLOU, Kh. (2011). "Fuzzy Multi Period Portfolio Selection With Different Rates for Borrowing and Lending", *Applied Soft Computing*, Vol.11, Iss.4, pp. 3821-3826.
- SAFI, Mohammadreza, MALEKI, Hamidreza and ZAEIMAZAD, Effat (2007). "A Geometric Approach for Solving Fuzzy Linear Programming Problems", *Fuzzy Optimization and Decision Making*, Vol.6, Iss.4, pp. 315-336.
- SEÇME, N. Yalçın (2005). *Klasik Doğrusal Programlama ve Bulanık Doğrusal Programlamanın Karşılaştırmalı Bir Analizi: Üretim Planlama Örneği*, Yüksek Lisans Tezi, Kayseri: Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- SIMAAN, Yusif (1997). "Estimation Risk in Portfolio Selection: The Mean Variance Model Versus the Mean Absolute Deviation Model", *Management Science*, Vol.43, Iss.10, pp. 1437-1446.
- SUNGUR, Banu (2008). "Bulanık Vardiya Çizelgeleme Problemleri İçin Tamsayı Programlama Modeli", *Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, S.30, ss. 211-227.
- ŞİŞMAN, Bilal (2012). "Talebin Belirsiz Olduğu Tedarik Zinciri Tasarımında Bulanık Eniyileme Yaklaşımı", *Uluslararası Yönetim, İktisat ve İşletme Dergisi*, C.8, S.17, ss. 27-44.
- UĞURLU, Murat, ERDAŞ, M. Levent, EROĞLU, Abdullah (2016). "Portföy Yönetiminde Sistemati Olmayan Riski Azaltacak Bir Doğrusal Programlama Model Önerisi", *Çankırı Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, C.6, S.1, ss. 147-174.
- UMARUSMAN, Nurullah ve YARALIOĞLU, Kaan (2008). *Bulanık Doğrusal Programlama Modeline De Novo Programlama Yaklaşımının Uygulanması*, Eskişehir: Bilimde Modern Yöntemler Sempozyumu, 15-17 Ekim 2008, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, ss. 1-9.
- UYAR, Umut ve KANGALLI, S. Güler (2012). "Markowitz Modeline Dayalı Optimal Portföy Seçiminde İşlem Hacmi Kısıtı", *Ege Akademik Bakış Dergisi*, C.12, S.2, ss. 183-192.
- TAGHIZADEGAN, Gholamreza, DARVISH, Z. Alipour and BAKHSHAYESH, A. Yavaran (2014). Portfolio Optimization of Equity Mutual Funds in Tehran Stock Exchange with Fuzzy Set, *Management and Administrative Sciences Review*, Vol.3, Iss.4, pp. 484-494.
- TIRYAKI, Fatma and AHLATCIOĞLU, Mehmet (2005). "Fuzzy Stock Selection Using A New Fuzzy Ranking and Weighting Algorithm", *Applied Mathematics and Computation*, Vol.170, Iss.1, pp. 144-157.
- VASANT, M. Pandian, NAGARAJAN, Ramanathan and YAACOB, Sazali (2005). *Fuzzy Linear Programming: A Modern Tool for Decision Making*, Berlin: Vol.2, Computational Intelligence for Modeling and Prediction, Studies in Computational Intelligence.
- WANG, Li-Xin (1997). *A Course in Fuzzy- Systems and Control*, Eastbourne: Prentice-Hall Inc.
- WATADA, Junzo (2001). "Fuzzy Portfolio Model for Decision Making in Investment", *Physica-Verlag, Heidelberg*, pp. 141-162.
- WERNERS, Brigitte (1987). "An Interactive Fuzzy Programming Systems", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.23, Iss.1, pp. 131-147.
- WU, Hsien-Chung (2003). "Duality Theory in Fuzzy Linear Programming with Fuzzy Coefficients", *Fuzzy Optimization and Decision Making*, Vol.2, Iss.1, pp. 61-73.
- ZIMMERMANN, Hans-Jürgen (1991). *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Massachusetts: Kluwer Academic Publisher.